

## **МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ В ЗАДАЧАХ ГЕОДЕЗИЧНОГО КОНТРОЛЮ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ГАЗОПРОВІДІВ НА ДІЛЯНКАХ НАДЗЕМНИХ ПЕРЕХОДІВ**

*О. Ю. Коробков, Є. Й. Ріпецький, Р. Й. Ріпецький, Р. Є. Олеськів*

*ІФНТУНГ, 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15,  
e-mail: olehkorobkov@gmail.com*

*Геодезичні методи контролю напружено-деформованого стану газопроводів на ділянках надземних переходів передбачають отримання дискретних даних деформації його осі у вигляді набору трьох координат ( $x, y, z$ ). Для їх опрацювання запропоновано математичну модель експериментально-теоретичного методу геодезичного контролю НДС газопроводів. Процес моделювання здійснено на основі геодезичних дискретних даних, на підставі яких за допомогою інтерполяційного поліному Лагранжа отримано рівняння лінії згину осі газопроводу, що дозволило у подальшому перейти до епюр згинального моменту вздовж всього прольоту. Проведено оцінку точності запропонованого методу, яка показала, що отримані епюри згинального моменту відображають НДС газопроводів з похибкою до 1,5% на центральній частині його прольоту, а з наближенням до вантових опор похибка зростає до 6%. Показано, що отриманий вираз максимального згинального моменту дозволяє сформувати необхідну кількість додаткових рівнянь для розкриття статично невизначеної системи “газопровід-опори” з урахуванням можливості кріплень на вантах. Представлена математична модель спрямована на декомпозицію багатопрольотних конструкцій газопроводів, що дозволяє моделювати НДС на кожному з прольотів окремо у рамках цілісної конструкції. Запропонована математична модель опрацювання дискретних даних складає основу експериментально-теоретичного методу геодезичного контролю НДС газопроводів на ділянках надземного переходу з урахуванням їх конструктивних та технологічних факторів.*

**Ключові слова:** газопровід, геодезичні методи контролю, дискретні дані, математична модель, прольот-на конструкція, напружено-деформований стан.

*Геодезические методы контроля напряженно-деформированного состояния газопроводов на участках надземных переходов предполагают сбор дискретных данных об деформации его оси в виде набора трех координат ( $x, y, z$ ). Для их обработки предложена математическая модель экспериментально-теоретического метода геодезического контроля НДС газопроводов. Процесс моделирования осуществлен на основе геодезических дискретных данных, по которым с помощью интерполяционного полинома Лагранжа получено уравнение линии изгиба оси газопровода, что позволило в дальнейшем перейти к эпюрам изгибающего момента вдоль всего пролета. Проведенная оценка точности предложенного метода показала, что полученные эпюры изгибающего момента отражают НДС газопровода с погрешностью до 1,5% на центральной части его пролета, а с приближением к вантовым опорам относительная ошибка увеличивается до 6%. Полученная эпюра изгибающего момента предоставила возможность сформировать необходимое количество дополнительных уравнений для раскрытия статически неопределимой системы “газопровод-опоры” с учетом возможности креплений на вантах. Представленная математическая модель направлена на декомпозицию многопролётных конструкций газопроводов, что позволяет моделировать каждый из пролетов по отдельности в рамках единой целой конструкции. Предложенная математическая модель обработки дискретных данных составляет основу экспериментально-теоретического метода геодезического контроля НДС газопроводов на участках надземных переходов с учетом их конструктивных и технологических факторов.*

**Ключевые слова:** газопровод, геодезические методы контроля, дискретные данные, математическая модель, напряженно-деформированное состояние, пролетная конструкция.

*Geodetic methods of monitoring the stress-strain state of gas pipelines in the areas of overhead pipeline crossing involve obtaining discrete data on the deformation of its axis in the form of a set of three coordinates ( $x, y, z$ ). For their elaboration a mathematical model of the experimental-theoretical method of geodetic control of gas pipelines' SSS is proposed. The simulation process was performed on the basis of geodetic discrete data, based on which, using the Lagrange interpolation polynomial, the equation of the line of bending of the axis of the gas pipeline was obtained, which allowed to pass further to the bending moments along the entire span. The accuracy of the proposed method has been estimated, which showed that the obtained bending moment diagrams reflect the SSS of gas pipelines with an accuracy of 1.5% in the central part of its span, and with the approach to the peripheral*

sections the error increases to 6%. It is shown that the obtained expression of the maximum bending moment allows us to form the required number of additional equations for the disclosure of a statically indeterminate system of "gas pipeline-support", taking into account the possibility of fastening on stretch marks. The mathematical model is presented aimed at decomposition of overburden gas pipeline structures, which allows to model the SSS at each of the spans separately within the integral structure.. It is established that additional stretch marks reduce the maximum bending stress by 22%, and in case of loss of one of the stretches of the bearing capacity of the gas pipeline SSS increases by 11.1-14.8% depending on the previous stretch tension. The proposed mathematical model for the processing of discrete data forms the basis of the experimental-theoretical method of geodetic control of the gas pipelines' SSS, taking into account their structural and technological factors.

Keywords: discrete data, gas pipelines, geodetic control, mathematical model, overburden structures, stress-strain state.

## Вступ

Магістральні газопроводи (МГ) є однією зі складових частин газотранспортної системи (ГТС) України, транзитні потужності якої забезпечують статус нашої держави як значного транзитера енергетичних ресурсів до країн Європи. Виходячи з цього, виникає необхідність у підтриманні цієї системи у надійному стані, у тому числі й МГ. Тому проблема надійності і працездатності МГ є актуальною в галузі ГТС.

Важливим напрямком оцінки технічного стану МГ є контроль фізико-механічних параметрів, основним із яких є їх напружено-деформований стан (НДС) [1]. Інформація про величини напружень в перерізах металу використовується для порівняння із допустимим значенням, що дозволяє зробити висновок про міцність, стійкість та експлуатаційну надійність цілої конструкції.

Напружено-деформований стан МГ визначається двома факторами. Перший фактор пов'язаний із наявністю всередині газопроводу транспортованого газу, і, з огляду на це, з виникненням кільцевих напружень під дією внутрішнього тиску [2], а другий – із деформацією осі трубопроводу, що спричиняє, як відомо, появу нормальних та дотичних напружень згину [3].

В цьому плані особливо небезпечними стають ділянки надземних переходів МГ через різні природні та штучні перешкоди (ріки, яри, зрошувальні канали тощо), на яких трубопровід працює як стрижнева конструкція. Згин осі трубопроводу відбувається під дією сил тяжіння та опору зі сторони реакцій опор. Це викликає появу внутрішніх силових факторів згинального моменту та поперечної сили. Останні і визначають напружено-деформований стан трубопроводу при зігнутій осі.

Таким чином, ділянки надземних переходів газопроводів, на яких газопровід, утворюючи прольотну конструкцію, зазнає особливого виду НДС – згину, є потенційно небезпечними. Це потребує пошуку ефективних методів контролю НДС газопроводів у процесі їх експлуатації.

Оскільки зігнута вісь газопроводів на ділянках надземних переходів пролягає на висоті 2–4 м відносно поверхні і є доступною до візуальних спостережень, ефективним методом контролю НДС газопроводів можуть стати геодезичні методи з отриманням дискретних даних деформації осі у вигляді набору трьох координат (x, y, z). Метод передбачає визначення координат точок, які замарковані на осі трубопроводу протягом різних періодів часу. А перехід від деформацій осі з відомими координатами замаркованих точок до внутрішніх напружень пропонується здійснювати засобами математичного моделювання.

## Аналіз останніх досліджень і публікацій

Сучасні підходи визначення НДС трубопроводу при геодезичному методі контролю спрямовані на встановлення геометричної конфігурації його осі, положення якої задається просторовими координатами. Проміжним результатом дослідження є отримання графіка профілю траси трубопроводу, який дозволяє перейти до оцінки напруженого стану. Теоретичним підґрунтям такого переходу є наявність зв'язку між напруженнями в перерізах трубопроводу та його конфігурацією, яка подається у вигляді радіуса зігнутої осі [3, 4, 5] або інтерполяційним поліномом [6].

Перший підхід дозволяє обчислити значення згинального моменту за кривизною осі zdeформованої труби, а сам радіус кривизни встановлюється за результатами геодезичних вимірювань. Суть методики передбачає знаходження радіусу зігнутої осі ділянки деформованого трубопроводу за геодезичними вимірами координат трьох її точок. Однак, метод потребує досить щільних вимірів, оскільки збільшення відстані між точками на осі трубопроводу призводить до усередненого згинального моменту, розрахункове значення якого може бути на 20–30% меншим від максимального.

Другий підхід з використанням інтерполяційного поліному дозволяє не тільки встановити НДС трубопроводу, але й перейти до моде-

лювання процесів деформації, що є невідмінною складовою в оцінці впливу різних факторів зовнішнього середовища на навантаження трубопроводу [6].

Наявні два підходи з визначення НДС трубопроводів використовують при дослідженнях як підземних ділянок, так і ділянок надземних переходів.

Особливості визначення положення підземних ділянок трубопроводів описано в роботах [5, 6]. Проблема дослідження підземної ділянки полягає у складності запису рівняння рівноваги трубопроводу, оскільки практично неможливо врахувати в цих рівняннях дію масових сил від ваги труби, ваги продукту, ваги ґрунту, які у сукупності діють на кожний переріз трубопроводу [6]. Встановивши геометричну конфігурацію трубопроводу, авторам вдається уникнути розгляду самої природи виникнення силової дії від різних факторів та відразу перейти до визначення епюр згинального моменту та нормальних напружень.

Надземні переходи МГ через перешкоди мають іншу картину силового навантаження [3]. Знаходячись у повітрі під дією сил тяжіння від самої труби і транспортованого продукту, вони викликають реактивні зусилля в опорах. Тому напружено-деформований стан газопроводу вивчається за зразком прольотної конструкції з розподіленими параметрами. В такому випадку за допомогою інструментальної зйомки одержують координати замаркованих точок на газопроводі, використовуючи при цьому відносну систему координат [7].

Особливості проведення геодезичних вимірів для визначення просторового положення магістральних газопроводів на надземних переходах з дотриманням необхідної точності розкрито в роботі [8].

Подальші аналітичні розрахунки НДС трубопроводу за результатами геодезичних вимірів виконано на залежностях, що наведені у роботах [2-6, 9]. Згадані аналітичні залежності між згинальним моментом та напруженнями у перерізах трубопроводу, з однієї сторони, та деформаціями його осі, з другої сторони, стають підставою для математичного моделювання НДС газопроводів на ділянках надземних переходів.

Математичні моделі визначення НДС трубопроводів на ділянках надземних переходів складають з урахуванням факторів дослідження. Так, в роботі [7] моделюються зміни у навантаженні на трубопровід при відхиленні його параметрів від проектної конфігурації. Моделювання монтажного згину трубопроводу здійс-

нено у роботі [10], а нахили опор досліджуються у роботі [11].

Як видно, математичні моделі [2, 5, 6, 7, 9] спрямовані на відтворювання реального навантаження конструкції з урахуванням тих факторів, що досліджуються, хоча й передбачають деяку ідеалізацію геометричних характеристик елементів конструкції або впливу різних зовнішніх факторів.

Математичне моделювання НДС магістральних газопроводів відкриває широкі можливості щодо оцінки впливу різних факторів на стан конструкції в цілому. А варіювання величинами зовнішнього навантаження дозволяє здійснювати пошук оптимальної конструкції при розгляді багатоваріантних проектів [12].

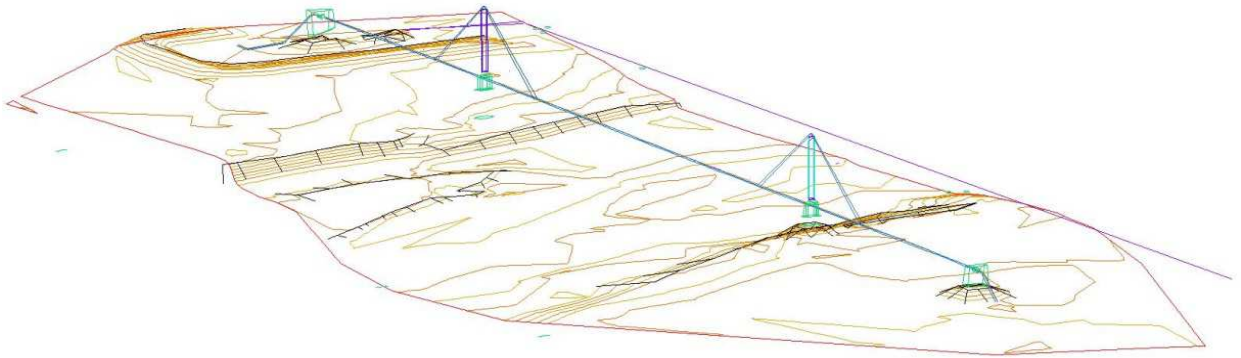
В останніх наукових працях відмічено використання комплексного підходу із запровадженням експериментально-теоретичних методів дослідження НДС магістральних газопроводів, в яких емпіричні методи геодезичних вимірів поєднуються з математичним моделюванням [2, 6, 12].

### **Постановка завдання**

В прольотних конструкціях надземних переходів для зменшення величини напружень передбачені кріплення МГ на вантах. У такому випадку опора має додаткову щоглу, яка піднімається над рівнем МГ на 2–3 м, до верхньої частини якої кріплять ванту, а протилежний кінець яких закріплюють на трубопроводі на відстані до 8–10 м від опори.

Симетричність навантаження буде забезпечуватися при однаковому ступені натягу вант як з лівого боку прольотної конструкції, так і з правого. При симетричному навантаженні максимальний згинальний момент буде виникати строго посередині прольоту трубопроводу. У такій схемі навантаження значення максимального згинального моменту мінімізується. При неоднаковому натягу вант навантаження на трубопровід стає несиметричним, що викликає зміни у напружено-деформованому стані газопроводу, які проявляються у збільшенні максимального згинального моменту. Найгіршим випадком є втрата вантою своєї несучої здатності, коли одна із вант провисає і не виконує своїх несучих функцій.

Тому геодезичний контроль НДС газопроводів необхідно доповнити операціями вимірів з визначення ефективності роботи вант. Такі дані стануть необхідними для забезпечення заходів з їх технічного обслуговування, що у сукупності спрямовано на зниження НДС газопроводів на ділянках надземних переходів.



**Рисунок 1 – Тривимірна модель території надземного переходу МГ за результатами геодезичної зйомки**

Інформація про деформований стан може бути отримана з проведенням інструментальної зйомки у вигляді дискретних координат характерних точок осі трубопроводу. А перехід до величин напружень потребує розробки математичної моделі, яка б враховувала ступінь нерівномірності натягу вант.

**Метою дослідження** є розвиток методів математичного моделювання напружено-деформованого стану газопроводів на ділянках надземних переходів шляхом опрацювання дискретних координатних даних точок деформованої осі, що отримані геодезичними вимірами.

Сучасні геодезичні методи зйомки дозволяють досягнути необхідної точності вимірів в отриманні тривимірних координат точок навколишніх об'єктів. За її координатами можна відтворити реалістичну тривимірну модель об'єкта дослідження, у даному випадку ділянку надземного переходу через природні перешкоди (рис.1). Такі тривимірні моделі вдало поєднують фактори природного середовища із розміщенням на території інженерних споруд. Представлена модель місцевості виконана у вигляді горизонталей, а газопровід, опори і утримуючі ванти змодельовані з окремих прямолінійних відрізків методом трасування. Перевагою таких моделей є можливість візуалізації цілої конструкції, що дозволяє встановити її окремі компоненти. Із рис.1 видно, що газопровід на ділянці надземного переходу має дві проміжні опори і утримується у підвішеному стані двома вантами.

Однак, обмеженість подібних тривимірних моделей полягає у тому, що вони не дозволяють визначити НДС трубопроводу. Для можливого аналізу НДС трубопроводів моделі повинні будуватися не тільки із врахуванням конструктивних особливостей переходу газопроводу, але й його міцнісних характеристик та параметрів.

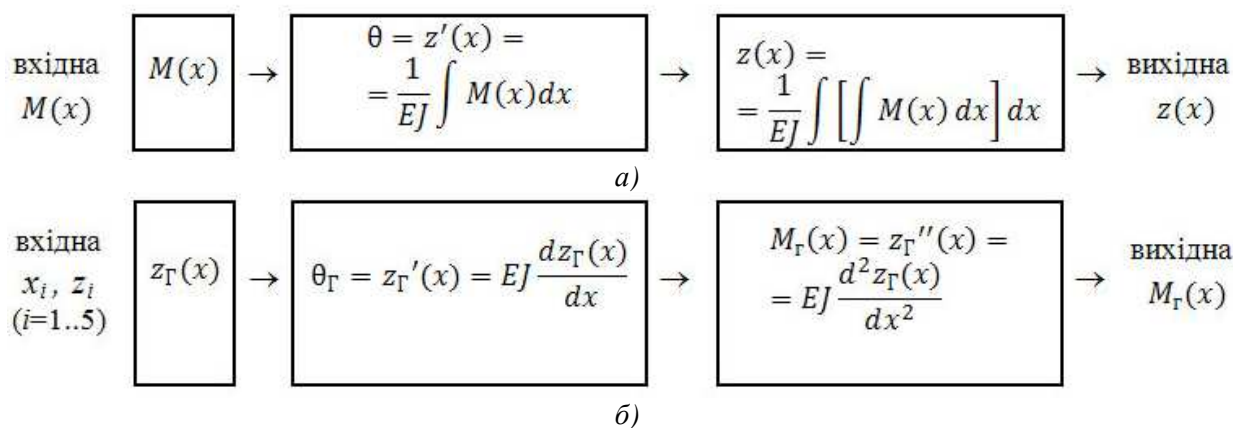
Враховуючи наведені фактори, можна сказати, що математична модель напружено-деформованого стану МГ може бути зведена до прольотної конструкції з додатковими кріпленнями трубопроводу у вигляді вант.

#### **Виклад основного матеріалу дослідження**

Задача з визначення напружено-деформованого стану прольотної конструкції полягає у встановленні зв'язків між внутрішніми силовими факторами даної конструкції та величинами її деформацій. Особливу роль в НДС трубопроводу із всіх внутрішніх силових факторів відіграє згинальний момент, дія якого й призводить до деформації зігнутої осі.

Існуючі розрахунки напружено-деформованого стану трубопроводів можна умовно звести до двох задач: прямої і зворотної, які відображені на структурних схемах (рис. 2 а, б). Так, у прямій задачі (рис. 2 а), що характерна для традиційних підходів, за відомим згинальним моментом  $M(x)$  визначається деформація осі у вигляді рівняння  $z(x)$ . І, навпаки, у зворотній задачі (рис. 2 б) за відомим рівнянням зігнутої осі  $z_r(x)$ , яке встановлюється на підставі дискретних експериментальних даних, розраховують згинальний момент  $M_r(x)$ .

Якщо при розв'язку прямої задачі використовуються операції інтегрування з виходом на рівняння деформацій осі трубопроводу  $z(x)$ , то у зворотній задачі при знаходженні згинального моменту  $M_r(x)$  застосовують операції диференціювання рівняння зігнутої осі. Відомо, що під час диференціювання, особливо для випадків дискретно заданих функцій, можлива втрата точності отриманих результатів [13]. Виникнення похибок на стадіях розрахунку при опрацюванні дискретних даних створює застереження щодо застосування методів зворотної задачі при визначенні НДС газопроводів.



а) етапи розв’язання прямої задачі визначення НДС трубопроводу; б) етапи розв’язання зворотної задачі визначення НДС трубопроводу (з використанням геодезичних даних)

Рисунок 2 – Структурні схеми розв’язання прямої і зворотної задач визначення НДС трубопроводу

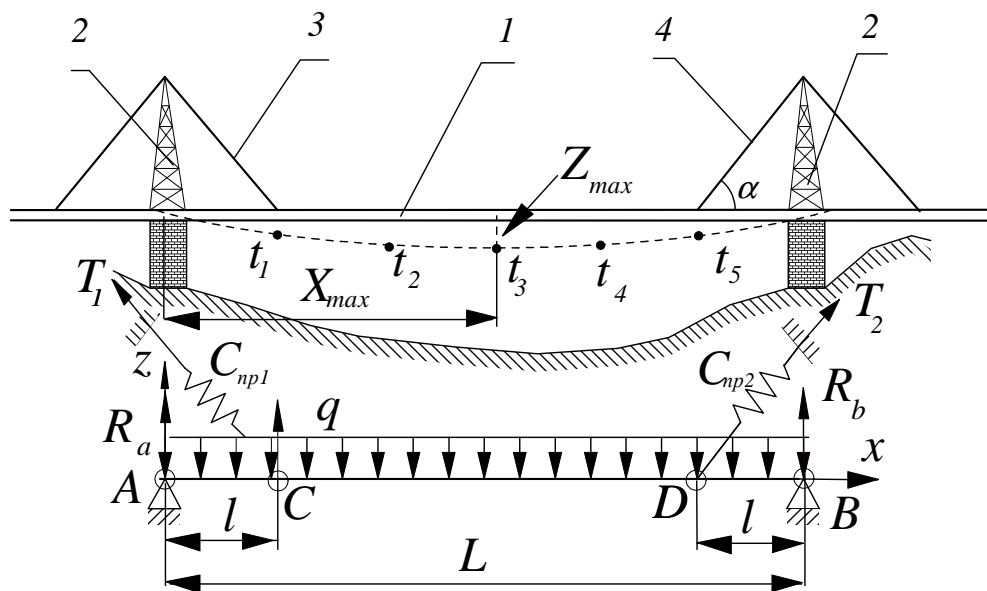


Рисунок 3 – Розрахункова схема моделювання НДС газопроводу на ділянках надземного переходу

З’ясуємо питання точності методу зворотної задачі при визначанні НДС трубопроводу, порівнявши результати розв’язання обома методами.

Для цього розглянемо розрахункову схему моделювання напружено-деформованого стану газопроводу на ділянках надземного переходу (рис. 3). Трубопровід  $l$  довжиною  $L$  з характеристиками жорсткості  $EJ$  перебуває на двох нерухомих опорах  $A$  і  $B$ , що обладнані щоглами  $2$ , до яких кріпляться розтяжки  $3, 4$  для додаткового утримання трубопроводу. На трубопроводі діє рівномірне навантаження  $q$  від ваги самого трубопроводу та транспортованого продукту (газ або інший). Дія реакцій врахована вертикальними реакціями опор  $R_a$  та  $R_b$ , а також діями розтяжок  $T_1$  і  $T_2$ .

Додаткові реакції від вант  $T_1$  і  $T_2$  перетворюють розрахункову схему трубопроводу у статично невизначену систему. Вант  $3, 4$  є пружними елементами, які працюють на розтяг. При моделюванні НДС трубопроводу дія вант замінена дією пружних елементів з приведеними жорсткостями  $C_{np1}$  і  $C_{np2}$ .

Враховуючи те, що величина зусиль у вантах обмежена максимальною несучою здатністю  $[T_{дон}] = 15000$  Н, можна встановити діапазон зміни величин силових факторів, який становить від нуля (у разі втрати несучої здатності вант) до її максимально можливої величини. Отже, з урахуванням діапазону зміни факторного простору значення зусиль у вантах можуть становити:

Таблиця 1 – Розміщення маркованих точок на трубопроводі

№ точки	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$t_5$
Характерна ознака точки	Шарнір $C$	Проміжок $l < x < X_{max}$	Максимальний прогин	Проміжок $X_{max} < x < L - l$	Шарнір $D$
Координата	$l$	$l < x < X_{max}$	$X_{max}$	$X_{max} < x < L - l$	$L - l$

$$T_1 = 0 \dots 15000 \text{ Н і } T_2 = 0 \dots 15000 \text{ Н.}$$

На першому етапі моделювання вважалося, що реакції вант є відомими, і їм було присвоєно наступні значення  $T_1 = 8000 \text{ Н}$  і  $T_2 = 12000 \text{ Н}$ . Це дозволило статично невизначену систему звести до загального випадку несиметричного навантаження.

Тоді конструкція наземного переходу газопроводу буде представлена у вигляді балки на двох опорах, яка перебуває під дією розподільного навантаження і дією відомих сил від вант, причому  $T_1 \neq T_2$  (рис. 3).

Для даної схеми навантаження було записано вираз згинального моменту  $M(x)$  у вигляді полінома другого порядку. А за загальноприйнятою процедурою прямої задачі (рис. 2а) шляхом подвійного інтегрування виразу  $M(x)$  було отримано спочатку кути повороту перерізів  $\theta(x)$ , а потім й рівняння деформації осі трубопроводу  $z(x)$ . Отримане рівняння  $z(x)$  є поліном четвертого порядку

$$z(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e \quad (1)$$

з коефіцієнтами  $a, b, c, d, e$ .

Необхідно зазначити, що рівняння (1) є розв'язком прямої задачі із визначення НДС трубопроводу і справджується на ділянці між вантовими кріпленнями.

Подальший аналіз рівняння (1) дозволив визначити величину максимального прогину  $Z_{max}$ , та координату її розміщення  $X_{max}$ . Крім того, на підставі рівняння (1) отримано групу дискретних координат точок  $(t_1, t_2 \dots t_5)$  деформованої осі трубопроводу.

При моделюванні зворотної задачі будемо вважати, що прийняте зовнішнє навантаження виступає як невідоме. Відповідно невідомим є й згинальний момент, функцію якого потрібно знайти. Вхідними величинами виступають дискретні координати точок, що були отримані як розв'язок прямої задачі.

Розв'язання зворотної задачі буде полягати у наступних діях (рис. 2б): отримання рівняння  $z_r(x)$  за дискретними даними координат, а далі операціями диференціювання знаходимо спочатку рівняння кутів повороту  $\theta_r(x)$ , а при повторному диференціюванні – функцію згинального моменту  $M_r(x)$ .

У зв'язку з тим, що рівняння зігнутої осі подається поліном четвертого порядку виду (1), то для отримання аналітичного виразу, згідно з методом інтерполяції Лагранжа [14], потрібно мати п'ять точок. Ці точки були обрані на лінії зігнутої осі, яка попередньо була отримана за прямою задачею як  $z(x)$ . Координати обраних точок відповідали умові  $(x_i, z_i) \in z(x)$  і розмістилися наступним чином. Дві точки розміщувалися на рівні шарнірів  $C$  і  $D$  кріплення вант до трубопроводу  $(t_1, t_5)$ , одна з точок розміщувалися в місці максимального прогину  $(X_{max}, Z_{max})$  точка –  $t_3$ , від якої по обидві сторони довільно розміщувалися ще дві точки  $t_2$  і  $t_4$  (табл. 1).

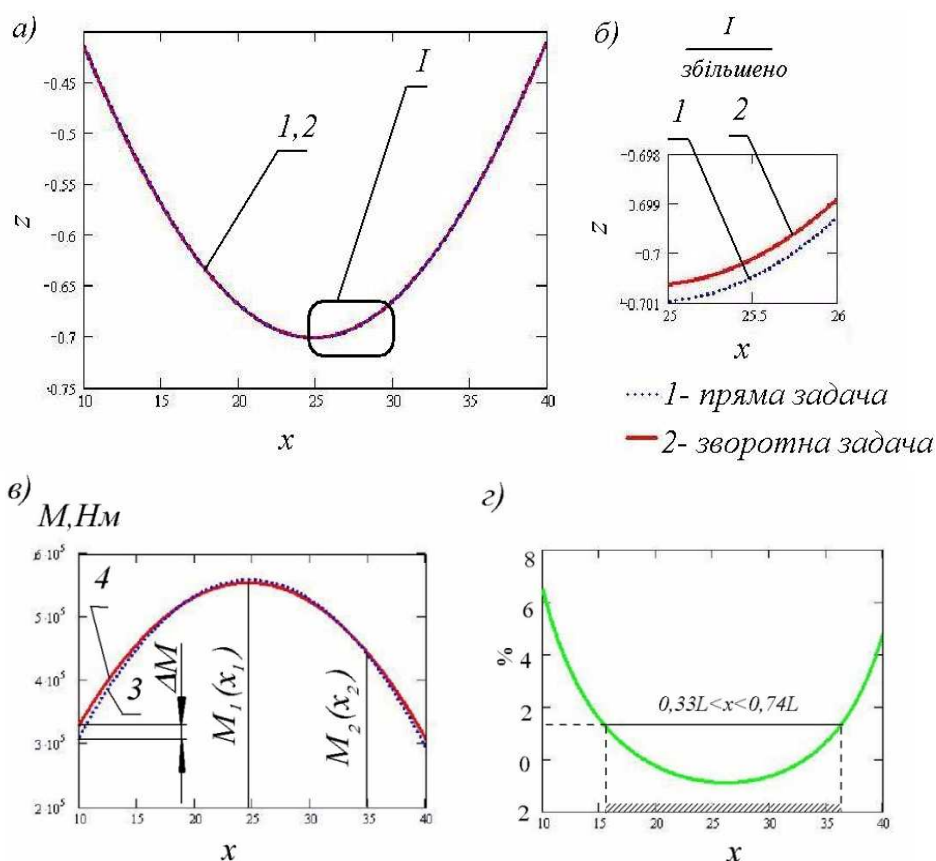
За даними таблиці 1 з використанням поліному Лагранжа для досліджуваної ділянки газопроводу  $CD$  методами інтерполювання було отримано рівняння четвертого порядку зігнутої осі трубопроводу  $z_r(x)$ . Слід зауважити, що це були точні значення координат без похибок, які характерні для експериментальних даних.

Зіставимо результати розв'язку прямої та зворотної задач (рис. 4). Так, графіки двох рівнянь зігнутої осі трубопроводу, як початкової кривої  $z(x) - 1$ , так і того, що отриманий методами інтерполяції Лагранжа  $z_r(x) - 2$ , практично співпадають між собою (рис. 4 а, б). Похибка заокруглення тут становила лише 0,05%. Що стосується графіків згинаючих моментів  $M(x) - 3$  і  $M_r(x) - 4$  (рис. 4 в), то помітні розбіжності на величину  $\Delta M$ . Поява відхилення  $\Delta M$  від дійсного значення пояснюється тим, що при операціях подвійного диференціювання опрацьовувалися величини, які були отримані на основі дискретних даних [14]. Наступний графік відображає розподіл їх відносної похибки у відсотках, яка становить 2-6% (рис. 4 г).

Проведений аналіз двох графіків-епюр поведінки згинальних моментів (рис. 4 в, г) дозволив зробити наступні висновки. Величина похибок зростає на кінцях ділянки біля опор трубопроводу, де досягає максимального значення 6%. В той же час можна виділити діапазон

$$0,33L < x < 0,74L, \quad (2)$$

для якого похибка не перевищує 1,5%. Власне в цей діапазон і потрапляє максимальний згинальний момент (точка  $t_3$ ).



а) графіки деформації осі газопроводу;  
 б) збільшений фрагмент графіку деформації осі газопроводу;  
 в) епюри-графіки згинального моменту  $M(x)$  і  $M_2(x)$ ;  
 г) графік відносної похибки згинального моменту

Рисунок – 4 Порівняння результатів розв'язку прямої та зворотної задач

Таким чином, зона трубопроводу  $0,33L < x < 0,74L$  володіє досить точною інформативністю про напружено-деформований стан за інтерпольованими дискретними даними. Це дозволяє встановити величину максимального згинального моменту  $M_{\max}$ , яка є мірою напружено-деформованого стану трубопроводу. Крім того, сама епюра згинального моменту даного діапазону відображає величину згинального моменту з відносною похибкою до 1,5%, що дозволяє кожному значенню  $x_i$  знайти свій відповідний момент  $M_i$  (рис. 4 г),

Отриманий результат про значення величини максимального згинального моменту і координати його розміщення на осі трубопроводу дає змогу записати додаткові умови рівноваги, які можуть бути використано для розкриття статично невизначеної системи "газопровід-опори".

Формування додаткових рівнянь для розкриття статично-невизначеної системи "газопровід-опори" здійснено на залежності зміни згинального моменту  $M_i = M_r(x_i)$  з інформативної зони і записується у наступному вигляді:

$$M_i = R_a x_i + T_1 (x_i - 1) \sin \alpha - q \frac{x_i^2}{2}. \quad (3)$$

Так, використовуючи вираз (3), було складено два додаткових рівняння при значеннях  $x_1 = 24,9$  м,  $x_2 = 35$  м, для яких згинальний момент відповідно становив  $M_1 = 554500$  Нм,  $M_2 = 441700$  Нм. При складанні додаткових рівнянь слід враховувати умову (2) задекларованої точності математичної моделі.

Отримані додаткові рівняння у поєднанні із рівняннями статички дозволи визначити величини невідомих реакцій. На рис. 5 показано задовільну збіжність у значеннях реакції  $R_a$ ,  $R_b$ ,  $T_1$ ,  $T_2$  за умовами прямої задачі, коли вони є заданими, і за результатом розв'язку зворотної задачі.

Таким чином, похибка запропонованого методу у знаходженні невідомих реакцій  $R_a$ ,  $R_b$ ,  $T_1$ ,  $T_2$  при розкритті статично невизначеної системи "газопровід-опори" не перевищує 1,5%.

Наведений підхід можна розповсюдити для проведення декомпозиції багатопроблотних конструкцій. Отримавши значення реакцій,

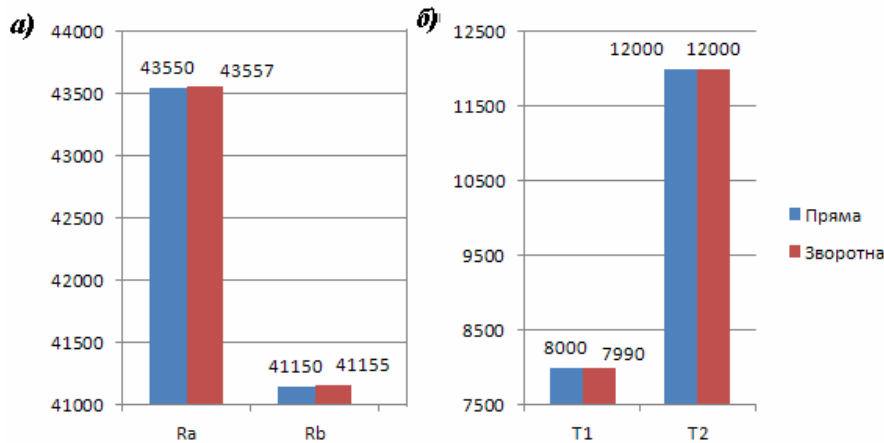


Рисунок 5 – Точність розкриття статично невизначеної системи “газопровід-опори” при знаходженні невідомих реакцій  $R_a$ ,  $R_b$ ,  $T_1$ ,  $T_2$

можна моделювати окремі прольоти трубопроводу і розглядати кожну частину окремо у рамках єдиної цілої конструкції.

Отже, отримані результати можуть бути використані при розробленні математичної моделі експериментально-теоретичного методу в задачах геодезичного контролю напружено-деформованого стану газопроводів на ділянках надземного переходу.

У такому напрямку можуть бути досліджені й інші фактори впливу на НДС від згину. Серед них можуть бути тиск газу в газопроводі, величина температури та ін. А представлена математична модель складає основу експериментально-теоретичного методу контролю НДС з урахуванням конструктивних та технологічних факторів газопроводу з транспортованим газом.

### Висновки

Геодезичні методи контролю напружено-деформованого стану газопроводів на ділянках надземних переходів передбачають отримання дискретних даних деформації його осі у вигляді набору трьох координат ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ). Для їх опрацювання запропоновано математичну модель експериментально-теоретичного методу геодезичного контролю НДС газопроводів.

На основі отриманих дискретних даних сформульовано задачу з визначення внутрішніх силових факторів – згинального моменту. Запропоновано математичний метод опрацювання геодезичних дискретних даних з отриманням рівняння лінії згину осі газопроводу у вигляді інтерполяційного поліному Лагранжа четвертого порядку, що дозволило у подальшому перейти до епюр згинального моменту вздовж всього прольоту. Розкрито причини виникнення похибок як наслідок опрацювання дискретних

даних. Проведена оцінка точності запропонованого методу показала, що отримані епюри згинального моменту відображають НДС газопроводів з похибкою до 1,5% на центральній частині його прольоту, а з наближенням до вантажних опор похибка зростає до 6%. Встановлено наявність в епюрах згинального моменту зони інформативності  $0,33L < x < 0,74L$ , в межах якої похибка стабілізується і стає мінімальною.

Отримано вираз максимального згинального моменту, який дозволяє сформулювати додаткові рівняння для розкриття статично-невизначеної системи “газопровід-опори” з урахуванням можливості кріплень на вантажах.

Представлена математична модель спрямована на декомпозицію багатопрольотних конструкцій газопроводів, що дозволяє моделювати НДС на кожному з прольотів окремо у рамках цілісної конструкції.

Запропонована математична модель опрацювання дискретних даних складає основу експериментально-теоретичного методу геодезичного контролю НДС газопроводів на ділянках надземного переходу з урахуванням їх конструктивних та технологічних факторів.

### Література

1. Грудз В. Я., Тимків Д. Ф., Михалків В. Б., Костів В. В. Обслуговування і ремонт газопроводів: монографія. Івано-Франківськ: Лілея-НВ, 2009. 711 с.
2. Тараєвський О.С. Забезпечення працездатності тривало експлуатованих газопроводів за складних гірничо-геологічних умов: автореф. дис... докт. техн. наук: 05.15.13; Івано-Франк. нац. техн. ун-т нафти і газу. Івано-Франківськ, 2017. 39 с.



3. Шлапак Л.С., Гадаш О.М., Гайдаш Л.М. Згин вигнутих труб у вигляді дуги кола рівномірно-розподіленого навантаженням із площини початкової кривизни. *Нафта і газ України*. Збірник наукових праць. Матеріали 6-ої Міжнародної науково-практичної конференції «Нафта і газ України», Івано-Франківськ, 1 жовтня – 3 листопада Том 3, Івано-Франківськ, 2000. С. 53–59.
4. Харченко Є.В., Кичма А.О., Савула Р.С. Аналіз пружно-пластичного деформування ділянки магістрального газопроводу з урахуванням зміцнення матеріалу. *Вісник Національного університету "Львівська політехніка". Теорія і практика будівництва*. 2013. № 755. С. 442–448. URL: [http://nbuv.gov.ua/UJRN/VNULPTPB\\_2013\\_755\\_80](http://nbuv.gov.ua/UJRN/VNULPTPB_2013_755_80)
5. Пакшин М.Ю., Ляска І.І., Бурак К.О., Ковтун В.М., Дорош Л.І. Геодезичний моніторинг деформацій методом радарної інтерферометрії. Міжнародна науково-практична конференція «Розвиток технічних наук: проблеми та рішення» (м. Брно, Чеська Республіка, 27–28 квітня 2018 р.)
6. Жовтуля Л.Я., Олійник А.П., Яворський А.В., Карпаш М.О. Розроблення методики оцінки напружено-деформованого стану лінійних ділянок магістральних трубопроводів. *Методи та прилади контролю якості*. 2017. №38. С. 57–63.
7. Банахевич Р.Ю. Крупка В.О., Марчук О.М. Досвід діагностичного обстеження вантового переходу МГ Івацевичі – Долина II н. через ріку Дністер. *Теорія і практика будівництва*. 2011. № 7. С. 24–27.
8. Тревого І., Ільків Є., Кухтар Д. Особливості визначення просторового положення надземних переходів магістральних газопроводів з використанням електронного тахеометра у безрефлекторному режимі. *Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва*. 2011. Вип. 2. С. 124–127.
9. Ріпецький Є.Й., Ріпецький Р.Й., Корбков О.Ю. Геодезичний контроль напружено-деформованого стану прольотних конструкцій з отриманням рівняння зігнутої осі. Зб. наук. праць за матеріалами ІХ міжнародної науково-практичної конференції «Нові технології в геодезії, землевпорядкуванні, лісовпорядкуванні та природокористуванні» 4–6 жовтня 2018 р. м. Ужгород. 2018. С.68–71.
10. Білобран, Б.С., Дзюбик А.Р., Яновський С.Р. Вплив монтажного пружного згину на напружено-деформований стан надземних переходів магістральних нафтопроводів у горах. *Нафтогазова галузь України*. 2013. № 4. С. 30-33.
11. Староверов В.С., Адаменко О.В. Методика визначення точності геодезичних робіт при будівництві мостових переходів шляхом моделювання напружено-деформованого стану конструкцій. *Вісник геодезії та картографії*. 2009. № 5 (62). С. 7–12.
12. Деркач М.П., Зубик Й.Л., Кичма А.О. Комплексний підхід до оцінки технічного стану переходів магістральних газопроводів балкового типу. *Методи та прилади контролю якості*. 2005. № 15. С. 105-108.
13. Tveito A. Introduction to differential equations. URL <http://hplgit.github.io/primer.html/doc/pub/ode1>, <http://hplgit.github.io/primer.html/doc/pub/ode1>.
14. Khalid A. H. The Lagrange Interpolation Polynomial for Neural Network Learning/ IJCSNS International Journal of Computer Science and Network Security, VOL.11 No.3, March 2011. P255–261. URL: [http://paper.ijcsns.org/07\\_book/201103/20110336.pdf](http://paper.ijcsns.org/07_book/201103/20110336.pdf).

### References

1. Hrudz V. Ya., Tymkiv D. F., Mykhalkiv V. B., Kostiv V. V. Obsluhovuvannia i remont hazoprovodiv: monohrafiia. Ivano-Frankivsk: Lileia-NV, 2009. 711 p. [in Ukrainian]
2. Taraievskiy O.S. Zabezpechennia pratsezdatsnosti tryvalo ekspluatovanykh hazoprovodiv za skladnykh hirnycho-heolohichnykh umov: avtoref. dys... dokt. tekhn. nauk: 05.15.13; Ivano-Frank. nats. tekhn. un-t nafty i hazu. Ivano-Frankivsk, 2017. 39 p. [in Ukrainian]
3. Shlapak L.S., Hadash O.M., Haidash L.M. Zghyn vyhnutykh trub u vyhliadi duhy kola rivnomirno-rozpodilenoho navantazhenniam iz ploshchyny pochatkovoї kryvyznyi. *Nafta i haz Ukrainy*. Zbirnyk naukovykh prats. Materialy 6-oi Mizhnarodnoi naukovo-praktychnoi konferentsii «Nafta i haz Ukrainy», Ivano-Frankivsk, 1 zhovtnia – 3 lystopada Tom 3, Ivano-Frankivsk, 2000. P. 53–59. [in Ukrainian]
4. Kharchenko Ye.V., Kychma A.O., Savula R.S. Analiz pruzhno-plastychnoho deformuvannia dilianky mahistralnoho hazoprovodu z urakhu-vanniam zmitsnennia materialu. *Visnyk Natsionalnoho universytetu "Lvivska politekhniky". Teoriia i praktyka budivnytstva*. 2013. № 755. P. 442–448. [in Ukrainian] URL: [http://nbuv.gov.ua/UJRN/VNULPTPB\\_2013\\_755\\_80](http://nbuv.gov.ua/UJRN/VNULPTPB_2013_755_80)
5. Pakshyn M.Iu., Liaska I.I., Burak K.O., Kovtun V.M., Dorosh L.I. Heodezychnyi monitorynh deformatsii metodom radarnoi interferometrii. Mizhnarodna naukovo-praktychna konferentsiia «Rozvytok tekhnichnykh nauk:

problemy ta rishennia» (m. Brno, Cheska Respublika, 27–28 kvitnia 2018 ) [in Ukrainian]

6. Zhovtulia L.Ia., Oliinyk A.P., Yavorskyi A.V., Karpash M.O. Rozroblennia metodyky otsinky napruzhenodeformovanoho stanu liniinykh dilianok mahistralnykh truboprovodiv. *Metody ta pryklady kontroliu yakosti*. 2017. No 38. P. 57–63. [in Ukrainian]

7. Banakhevych R.Iu. Krupka V. O., Marchuk O. M. Dosvid diahnostychnoho obstezhennia vantovoho perekhodu MH Ivatsevychi – Dolyna II n. cherez riku Dnister. *Teoriia i praktyka budivnytstva*. 2011. No 7. P. 24–27. [in Ukrainian]

8. Trevoho I., Ilkiv Ye., Kukhtar D. Osoblyvosti vyznachennia prostorovoho polozhennia nadzemnykh perekhodiv mahistralnykh hazoprovodiv z vykorystanniam elektronnoho takheometra u bezreflektornomu rezhymi. *Suchasys dosiahnennia heodezychnoi nauky ta vyrobnytstva*. 2011. Vol. 2. P. 124–127. [in Ukrainian]

9. Ripetskyi Ye.I., Ripetskyi R.I., Korobkov O.Iu. Heodezychnyi kontrol napruzhenodeformovanoho stanu prolotnykh konstruksii z otrymanniam rivniannia zihnutoi osi. *Zb. nauk. prats za materialamy IKh mizhnarodnoi naukovo-praktychnoi konferentsii «Novi tekhnolohii v heodezii, zemlevporiadkuvanni, lisovporiadkuvanni ta pryrodokorystuvanni» 4–6 zhovtnia 2018. Uzhhorod*. 2018. P.68–71. [in Ukrainian]

10. Bilobran, B.S., Dziubyk A.R., Yanovskyi S.R. Vplyv montazhnogo pruzhnogo zghynu na napruzhenodeformovanyi stan nadzemnykh perekhodiv mahistralnykh naftoprovodiv u horakh. *Naftohazova haluz Ukrainy*. 2013. No 4. P. 30–33. [in Ukrainian]

11. Starovierov V.S., Adamenko O.V. Metodyka vyznachennia tochnosti heodezychnykh robit pry budivnytstvi mostovykh perekhodiv shliakhom modeliuvannia napruzhenodeformovanoho stanu konstruksii. *Visnyk heodezii ta kartohrafii*. 2009. No 5 (62). P. 7–12. [in Ukrainian]

12. Derkach M.P., Zubyk Y.L., Kychma A.O. Kompleksnyi pidkhid do otsinky tekhnichnogo stanu perekhodiv mahistralnykh hazoprovodiv balkovoho typu. *Metody ta pryklady kontroliu yakosti*. 2005. No 15. P. 105–108. [in Ukrainian]

13. Tveito A. Introduction to differential equations. URL <http://hplgit.github.io/primer.html/doc/pub/ode1>, <http://hplgit.github.io/primer.html/doc/pub/ode1>.

14. Khalid A. H. The Lagrange Interpolation Polynomial for Neural Network Learning/ *IJCSNS International Journal of Computer Science and Network Security*, VOL.11 No.3, March 2011. P255–261. URL: [http://paper.ijcsns.org/07\\_book/201103/20110336.pdf](http://paper.ijcsns.org/07_book/201103/20110336.pdf).