

## **МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ДЕФОРМУВАННЯ ТРУБОПРОВІДІВ ПІД ДІЄЮ АЕРОДИНАМІЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ**

*А.П. Олійник, Б.С. Незамай*

*ІФНТУНГ, 76019, м.Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (03422) 48000,  
e-mail: ktsu@nung.edu.ua*

*Побудовано математичні моделі процесу стаціонарного обтікання перерізу трубопроводу з урахуванням зміни його конфігурації та процесу деформування осі під дією аеродинамічних навантажень у двох напрямках. Застосовано метод інтегральних співвідношень та другу формулу Гріна для двох функцій – потенціалу швидкості та величини, оберненої до відстані між двома точками простору. Зменшено розмірність задачі, що дозволило звести задачу аеродинаміки до задачі знаходження розв'язку рівняння Фредгольма другого роду з урахуванням геометрії профілю, швидкості набігаючого потоку та кута атаки. Використано формули для розрахунку аеродинамічних характеристик профілю – коефіцієнтів підіймальної сили, індуктивного опору та обертового моменту. При реалізації моделей використано методи числового розв'язання інтегрального рівняння Фредгольма II-го роду відносно дотичної компоненти вектора швидкості та методу розв'язання варіаційних задач для функціоналів повної енергії. Інтегральне рівняння зведено до системи лінійних алгебраїчних рівнянь, яка розв'язується за методом Гауса. Одержано вирази для обчислення компонент матриці з урахуванням особливостей геометрії профіля. Варіаційні задачі розв'язуються як крайові задачі для звичайних диференціальних рівнянь четвертого порядку з використанням методу пристрілки. Проведено тестові розрахунки, які підтверджують узгодженість результатів розрахунків з відомими теоретичними та експериментальними результатами. Досліджено залежність між значеннями аеродинамічних коефіцієнтів та такими параметрами: кутом атаки профіля, різними значеннями півосей еліпсу на верхній і нижній поверхнях профілю. Визначено напрямки подальших досліджень, які пов'язані з дослідженням більш складних перерізів трубопроводів, їх математичною формалізацією.*

**Ключові слова:** математична модель, вітрові навантаження, аеродинамічні характеристики, деформація трубопроводів, рівняння Фредгольма, чисельні методи.

*Построены математические модели процесса стационарного обтекания сечения трубопровода с учетом изменения его конфигурации и процесса деформирования оси под воздействием аэродинамических нагрузок в двух направлениях. Использован метод интегральных соотношений и векторная формула Грина для двух функций – потенциала скорости и величины, обратной к расстоянию между двумя точками пространства. Снижена размерность задачи, что позволило свести задачу аэродинамики к задаче поиска решения уравнения Фредгольма второго рода с учетом геометрии профиля, скорости набегающего потока и угла атаки. Используются формулы для расчета аэродинамических характеристик профиля – коэффициентов подъемной силы, сопротивления и вращательного момента. При реализации моделей использованы методики числового решения интегрального уравнения Фредгольма II-го рода относительно касательной компоненты вектора скорости и методика решения вариационных задач для функционалов полной энергии. Интегральное уравнение сведено к системе алгебраических уравнений, которая решается методом Гаусса; получены выражения для расчета компонент матрицы с учетом особенностей геометрии профиля. Вариационные задачи решаются как краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений четвертого порядка с использованием метода пристрелки. Проведены тестовые расчеты, которые подтвердили согласованность результатов расчета с известными теоретическими и экспериментальными результатами. Исследована зависимость между значениями аэродинамических коэффициентов и следующими параметрами: углом атаки, разными значениями полуосей на верхней и нижней поверхностях профиля. Определены направления дальнейших исследований, которые связаны с исследованием более сложных конфигураций сечения трубопроводов, их математической формализацией.*

**Ключевые слова:** математическая модель, ветровые нагрузки, аэродинамические характеристики, вариационные задачи, деформация трубопроводов, уравнение Фредгольма, численные методы.

*The steady flow around the pipeline section profile mathematical model taking into account the section configuration changing is designed together with the model of axis deformation process under the aerodynamical load action in two directions. The integral correlation method and the second Green formula for two functions – the velocity potential and the value are inverse to the distance between two points of the space. The problem dimension lowering has been solved, which allows to reduce the problem of aerodynamics to the problem of Fredholm second type integral equation solution taking to account the profile geometry, the approach flow velocity and the angle of attack. The formulas to calculate the coefficients of carrying capacity, the inductive resistance and the angular momentum have been used. To realize the models the methods of second type Fredholm integral equation solution for the tangential component of velocity vector have been used both with the full energy functional problem solution methods. The integral equation has been presented to the linear equations system, which can be solved by the Gauss method, the formulas to calculate the system matrix components taking to account the profile geometry features. The variational problems can be solved by the solution of the boundary problem for the ordinary differential equations of the fourth order using the shooting method. The test calculations have been made and confirmed the co-ordination between the results of presented calculations with the well-known theoretical and experimental results. The relation between the aerodynamical coefficients data and the angle of attack, the profile ellipse*

half-axle, the different ellipse half-axle on the back and lower surface have been presented. The directions of future investigations have been defined, they are connected with the investigation of more difficult configurations of pipeline sections and their mathematical formalization.

Keywords: mathematical model, wind load, aerodynamical characteristics, variational problems, pipeline deformation, Fredholm equation, numerical methods.

## **I Вступ**

Магістральні трубопроводи, які тривалий час експлуатувались на території України, в процесі функціонування зазнали дії силових факторів різної природи, що обумовило виникнення переміщень осей трубопроводів, зміну конфігурації їх перерізів. Вказані процеси мають квазістаціонарний характер, що призводить до обов'язкової зміни міцнісних характеристик, і, особливо, до зміни напружено-деформованого стану об'єктів. Виникає необхідність в оцінці зміни напружено деформованого стану, визначення безпечних режимів експлуатації деформованих трубопроводів. Крім того, важливим моментом є дослідження природи переміщень, які виникають. Зокрема, для магістральних трубопроводів, які експлуатуються в гірських умовах Карпат, характерними є дії потужних вітрових навантажень, які мають нестационарний характер і діють на відкриті ділянки трубопроводів практично весь період експлуатації, незалежно від сезону. В запропонованій роботі здійснено спробу моделювання процесу обтікання магістральних трубопроводів з метою оцінки діючих аеродинамічних навантажень та оцінки міри їх впливу на переміщення осі трубопроводу та зміну напружено-деформованого стану з урахуванням тривимірного характеру процесу переміщень осі, що дозволить більш точно оцінювати НДС трубопроводів, з'ясувати характер деформування трубопроводів під дією аеродинамічних навантажень як однієї із складових частин загальної картини силових виливів, яких зазнає трубопровід у ході експлуатації.

## **II Аналіз останніх досліджень і публікацій**

Оцінка реального технічного стану магістральних трубопроводів залишається актуальною науково-технічною задачею, оскільки вказані об'єкти експлуатуються тривалий час в складних умовах. При цьому змінюється їх просторова конфігурація [1], що обумовлює зміну напружено-деформованого стану (НДС) ділянок, і, як наслідок, зміну технічних характеристик трубопроводів (робочий тиск, об'єми прокачування продуктів, тощо). Особливістю такого роду технічних систем є те, що зміна їх просторової конфігурації (переміщення осі, деформація перерізів, зсуви опор) відбувається під дією силових факторів різної природи, як правило, неформалізованих за місцем прокладання та величиною діючих навантажень. В роботах [1, 2] розглянуто методики оцінки НДС трубопроводів за відомими переміщеннями точок поверхні. При цьому враховуються різні способи навантаження (внутрішній тиск, крутний момент, температурний градієнт). Однак у

наведених роботах не розглядаються аеродинамічні навантаження, що діють на надземні трубопроводи. Як правило [3], вказані типи навантажень розглядаються в спрощеній формі у вигляді усереднених коефіцієнтів, в той час як трубопроводи, що експлуатуються в гірських умовах, зазнають дії аеродинамічних факторів (вітрових навантажень), які відрізняються за місцем прикладання, величиною швидкості вітру, кутом атаки. Крім того, змінною по довжині трубопроводу може бути конфігурація перерізу (еліптична конфігурація, кругова та інші, більш складні форми), що обумовлює різні аеродинамічні характеристика діючої ділянки. В роботі [4] розглянуто процес обтікання циліндра за наявності екрануючої поверхні, що дозволяє провести розрахунок за методом дискретних вихорів аеродинамічних характеристик аварійних ділянок трубопроводів, для яких відстань між поверхнею ґрунту (екрану) та нижньою поверхнею труби складає  $(0.1 - 0.2)R$ , де  $R$  – радіус труби.

Однак актуальною залишається задача розробки ефективних моделей та засобів їх машинної реалізації для розрахунку як параметрів аеродинамічних характеристик профілів (перерізів) трубопроводів, так і оцінки переміщень ділянок трубопроводів, обумовлених дією аеродинамічних навантажень.

## **III Постановка задачі дослідження**

*1 Математична модель процесу обтікання кругових та еліптичних профілів*

Для обчислення компоненти швидкості вітрового потоку, дотичної до поверхні профілю, використовується відома з курсу математичного аналізу формула Гріна[5]:

$$\iiint_G (u\Delta v - v\Delta u) d\tau = \iint_{\Sigma} \left( u \frac{\partial v}{\partial n} - v \frac{\partial u}{\partial n} \right) d\Sigma, \quad (1)$$

де:  $u, v$  – деякі двічі неперервно диференційовані функції,

$G$  та  $\Sigma$  – відповідно тривимірна область простору та поверхня, що її обмежує;

$\Delta$  – оператор Лапласа, який в декартовій прямокутній системі координат записується у формі:

$$\Delta v = \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}, \quad (2)$$

$\frac{\partial u}{\partial n}$  – нормальна похідна функції  $u$ , яка визначається наступним чином:

$$\frac{\partial u}{\partial n} = \nabla u \cdot \vec{n}, \quad (3)$$

де:  $\nabla u$  – градієнт функції  $u$  ;

$\vec{n}$  – нормаль до відповідної поверхні.

При виведенні з (1) інтегрального рівняння Фредгольма II роду для визначення дотичної компоненти швидкості використовуються дві функції: функція  $u = \varphi$ , де  $\varphi$  – потенціал швидкості набігаючого потоку, яка задовольняє умові:

$$\vec{V} = \nabla \varphi, \quad (4)$$

де  $\vec{V}$  – вектор швидкості,  
та функція  $v$ :

$$v = \frac{1}{|\vec{r}|}, \quad (5)$$

де  $|\vec{r}| = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}$  характеризує відстань між точками  $M(x, y, z)$  та  $M_0(x, y, z)$ .

Функції  $\varphi$  та  $\frac{1}{|\vec{r}|}$  є гармонічними функціями, які задовольняють рівняння Лапласа:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = 0, \quad (6)$$

що витікає з властивостей потенціалу потоку – для функції  $\varphi$ , а також встановлюється шляхом безпосередньої перевірки для функції  $\frac{1}{|\vec{r}|}$ .

Формула (1) дозволяє одержати інтегральні рівняння Фредгольма II роду для двовимірної та тривимірної моделей процесу обтікання, проте для практичних розрахунків ефективною є одновимірна модель, при реалізації якої одержується інтегральне рівняння Фредгольма II роду відносно дотичної до профілю компоненти  $V_\theta$  швидкості вітрового потоку [6]:

$$V_\theta(\theta_0) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} V_\theta(\theta) K(\theta, \theta_0) d\theta + \frac{\partial \varphi}{\partial \theta}(\theta_0), \quad (7)$$

де:  $V_\theta = \frac{\partial \varphi}{\partial \theta}$  – компоненти вектора швидкості потоку, дотичні до поверхні профілю;

$K(\theta, \theta_0)$  – ядро інтегрального рівняння, яке записується у вигляді:

$$K(\theta, \theta_0) = \frac{(y(\theta) - y(\theta_0))x'(\theta) - (x(\theta) - x(\theta_0))y'(\theta)}{(x(\theta) - x(\theta_0))^2 + (y(\theta) - y(\theta_0))^2}, \quad (8)$$

де  $x(\theta)$ ,  $x(\theta_0)$ ,  $y(\theta)$ ,  $y(\theta_0)$  – обчислені у відповідних точках компоненти точок профілю; потенціал  $\varphi$  формули (7) обчислюється так:

$$\varphi(\theta_0) = V_\infty (x(\theta) \cos \alpha + y(\theta) \sin \alpha), \quad (9)$$

де:  $V_\infty$  – швидкість незбуреного вітрового потоку,

$\alpha$  – кут атаки профілю (кут між віссю профілю та напрямом газового потоку).

При розв'язанні практичних задач в припущенні про стаціонарність газового потоку приймається умова виконання постулату Чап-

лігіна – Журавльовського про скінченне значення швидкості на точках сходження газового потоку з поверхні. Після визначення компоненти  $V_\theta$  визначаються наступні величини:

– фізична компонента швидкості:

$$u_\theta = \frac{V_\theta(\theta)}{\sqrt{(x'(\theta))^2 + (y'(\theta))^2}}, \quad (10)$$

– коефіцієнт тиску  $C_p(\theta)$ :

$$C_p(\theta) = 1 - V_\theta^2(\theta), \quad (11)$$

– коефіцієнт підіймальної сили:

$$C_Y = \int_0^{2\pi} C_p(\theta) x'(\theta) d\theta, \quad (12)$$

– коефіцієнт індуктивного опору:

$$C_X = - \int_0^{2\pi} C_p(\theta) y'(\theta) d\theta, \quad (13)$$

– коефіцієнт моменту відносно передньої кромки профілю:

$$C_{mz} = \int_0^{2\pi} C_p(\theta) x(\theta) x'(\theta) d\theta + \int_0^{2\pi} C_p(\theta) y(\theta) y'(\theta) d\theta. \quad (14)$$

## 2 Спосіб задання профілів

У тому випадку, коли переріз трубопроводу задається формою кола, вводиться наступна форма подання компонент  $x(\theta)$  та  $y(\theta)$ :

$$\begin{cases} x = \cos^2 \frac{\theta}{2} \\ y = \frac{1}{2} \sin \theta \end{cases} \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi. \quad (15)$$

Принцип вибору системи координат ілюструється рисунком 1.

Очевидно, подання (15) відповідає колу:

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{1}{4}. \quad (16)$$

В тому випадку, коли профіль набуває еліптичності і задається рівнянням

$$\frac{\left(x - \frac{1}{2}\right)^2}{\varepsilon_1^2} + \frac{y^2}{0.5^2} = 1, \quad (17)$$

параметричне подання профілю задається з використанням схеми рисунка 1 як

$$\begin{cases} x = \cos^2 \frac{\theta}{2} \\ y = \pm \sqrt{0.25 - \frac{0.25}{\varepsilon_1^2} \left(x - \frac{1}{2}\right)^2} \end{cases}, \quad (18)$$

причому, в формулі (18) знак «+» або «-» вибираються в залежності від того, на якій поверхні трубопроводу (верхній чи нижній) вибирається відповідна точка. У випадку більш складних конфігурацій формулу (15), (18) записуються у вигляді:

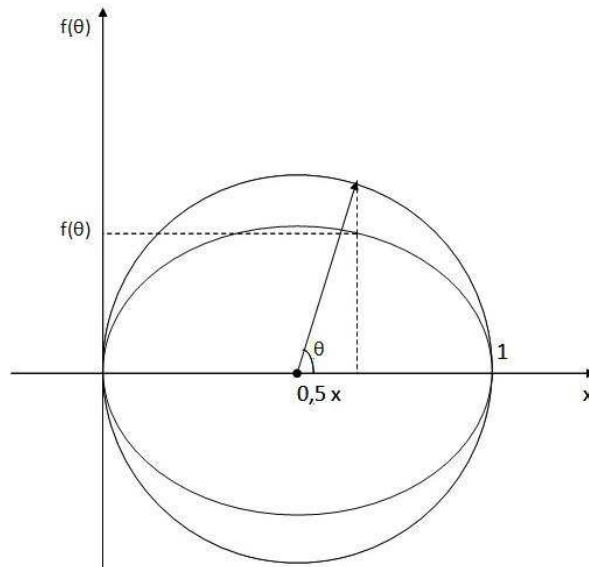


Рисунок 1 – Вибір системи координат на профілі

$$\begin{cases} x = \cos^2 \frac{\theta}{2} \\ y = f(\theta), \end{cases} \quad (19)$$

де  $f(\theta)$  – функція, що задає профіль і може бути одержана як результат інтерполяції вимірних значень координат точок перерізу.

3 Алгоритм чисельного розв'язку задачі оцінки аеродинамічних параметрів профілю трубопроводу

З метою чисельного розв'язку (7) до відповідного інтегралу застосовується формула чисельного інтегрування (наприклад, формула трапецій [7]) на розрахунковій сітці за координатою  $\theta$

$$\Delta\theta = \frac{2\pi}{2N}; \theta_i = \Delta\theta(i-1), \quad i = 1, 2, \dots, 2N+1, \quad (20)$$

одержується система лінійних алгебраїчних рівнянь:

$$V_\theta(\theta_j) = \frac{1}{N} \sum_{i=2}^{2N} V_\theta(\theta_i) K(\theta_i, \theta_j) + 2 \frac{\partial \phi}{\partial \theta}(\theta_j), \quad j = 2, 3, \dots, 2N, \quad (21)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \theta}(\theta_j) = V_\infty (x'(\theta_j) \cos \alpha + y'(\theta_j) \sin \alpha). \quad (22)$$

Ядра інтегральних рівнянь розраховуються за формулами:

$$K(\theta_i, \theta_j) = K_{ij} = \frac{(y_i - y_j)x'_j - (x_i - x_j)y'_j}{(y_i - y_j)^2 + (x_i - x_j)^2}, \quad i \neq j, \quad (23)$$

$$K(\theta_i, \theta_j) = K_{ij} = \frac{1}{2} \frac{-x_i y'_j + x_j y'_i}{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}. \quad (24)$$

Після визначення компонент  $V_\theta$  місце аеродинамічні характеристики обчислюються з використанням формул чисельного інтегрування:

$$\tilde{N}_p(\theta_i) = 1 - \frac{V_\theta(\theta_i)}{x'(\theta_i)^2 + y'(\theta_i)^2}, \quad (25)$$

$$C_x = - \sum_{i=1}^{2N} C_p(\theta_i) y'(\theta_i) \frac{\pi}{N}, \quad (26)$$

$$C_y = - \sum_{i=1}^{2N} C_p(\theta_i) \frac{1}{2} \sin(\theta_i) \frac{\pi}{N}, \quad (27)$$

$$C_{Mz} = \sum_{i=1}^{2N} C_p(\theta_i) x(\theta_i) x'(\theta_i) \frac{\pi}{N} + \sum_{i=1}^{2N} C_p(\theta_i) y(\theta_i) y'(\theta_i) \frac{\pi}{N}. \quad (28)$$

4 Моделювання процесу деформування осі трубопроводу

Оцінка напружено-деформованого стану трубопроводів проводиться за умови, коли відомим є радіус-вектор точки досліджуваної ділянки[2]:

$$\vec{r}(s; \varphi; r; t) = \vec{r}_l(s; \varphi; r; t) + \rho(s; \varphi; r; t) \times [\cos \omega(s; \varphi; r; t) \vec{b}_l + \sin \omega(s; \varphi; r; t) \vec{n}_l] + \quad (29)$$

$$+ \psi(s; \varphi; r; t) \vec{c}_l - \frac{D}{2} \vec{n}_l,$$

де:  $s; \varphi; r$  – компоненти криволінійної циліндричної системи координат вздовж осі трубопроводу, причому:

$$0 \leq s \leq L, 0 \leq \varphi \leq 2\pi, R_{\text{вн}} \leq r \leq R_3$$

( $L$  – довжина ділянки,  $R_{\text{вн}}$  – внутрішній радіус труби,  $R_3$  – зовнішній радіус труби);

$\vec{r}_l$  – радіус-вектор на верхній твірній трубопроводу;

$D$  – зовнішній діаметр трубопроводу;

$\vec{c}_l, \vec{n}_l, \vec{b}_l$  – вектори дотичної, нормалі та бі-нормалі до верхньої твірної.

В поданні (29) замість радіус-вектора верхньої твірної можна використовувати радіус-вектор точки на осі труби, тоді в (29) замість двох доданків  $\vec{r}_1(s; \varphi; r)$  та  $-\frac{D}{2}\vec{n}_1$  використовується один:  $\vec{r}_a(s; \varphi; r)$  – радіус вектор точки на осі трубопроводу.

Переміщення, обумовлені дією аеродинамічних навантажень, визначаються шляхом розв'язання варіаційних задач для функціоналів [7]:

$$E_1 = \frac{1}{2} \int_0^L EI_x v''^2 dx - \int_0^L q_1 v dx, \quad (30)$$

$$E_2 = \frac{1}{2} \int_0^L EI_x v''^2 dx - \int_0^L q_2 v dx, \quad (31)$$

де:  $q_1$  та  $q_2$  – погонні навантаження на ділянку трубопроводу;  $L$  – довжина ділянки;  $E$  – модуль Юнга матеріалу;  $I_x$  – момент інерції перерізу;  $v$  – переміщення по осі  $Oy$ ;  $w$  – переміщення по осі  $Oz$ . Для задач (30) та (31) необхідно задати по чотири граничні умови, які, наприклад, можуть характеризувати поведінку лінії в граничних точках:

$$v(0) = v_0; v'(0) = \alpha_0; v(L) = v_L; v'(L) = \alpha_L, \quad (32)$$

$$\omega(0) = \omega_0; \omega'(0) = \beta_0; \omega(L) = \omega_L; \omega'(L) = \beta_L. \quad (33)$$

Фактично, розв'язок (30) та (31) задає форму деформованої осі трубопроводу за умови дії на неї аеродинамічних навантажень, власної ваги та зміни форми перерізу.

Погонні навантаження визначаються за формулами:

$$q_1 = q \pm q_Y, \quad (34)$$

де:  $q$  – погонна вага трубопроводу;

$q_Y$  – погонна підймальна сила, яка визначається за відомою з розв'язку (21)-(28) компонентного  $V_\theta$  за формулою:

$$q_Y(x) = \rho V_\infty(x) \int_0^{2\pi} V_\theta(\theta, x) d\theta, \quad (35)$$

де:  $V_\infty(x)$  – швидкість вітру в даному перерізі трубопроводу;

$V_\theta(\theta, x)$  – розв'язок системи (21) – (28) в даному перерізі трубопроводу. Для визначення  $q_2(x)$  використовується формула:

$$q_2 = q_0 C_x(x) D, \quad (36)$$

де величини визначаються наступним чином:

$D$  – діаметр трубопроводу (зовнішній);

$$q_0 = \frac{0.75 V_\infty^2(x) + 5 V_\infty(x)}{1.6}; \quad (37)$$

$V_\infty(x)$  – швидкість набігаючого потоку в даному перерізі трубопроводу;

$C_x(x)$  – коефіцієнт індуктивного опору в даному перерізі трубопроводу, який визначається з розв'язку (21) – (28).

Необхідною умовою екстремуму функціоналів (30) та (31) є виконання умови:

$$\frac{d^2}{dx^2} \left( \frac{\partial L_1}{\partial v''} \right) - \frac{d}{dx} \left( \frac{\partial L_1}{\partial v'} \right) + \frac{\partial L_1}{\partial v} = 0, \quad (38)$$

$$\frac{d^2}{dx^2} \left( \frac{\partial L_2}{\partial w''} \right) - \frac{d}{dx} \left( \frac{\partial L_2}{\partial w'} \right) + \frac{\partial L_2}{\partial w} = 0, \quad (39)$$

де  $L_1$  та  $L_2$  – підінтегральні функції в (30) та (31). Рівняння (38) та (39) набувають вигляду:

$$EI_x w^{(IV)} - q_2(x) = 0, \quad (40)$$

$$EI_x w^{(IV)} - q_1(x) = 0. \quad (41)$$

Наведені рівняння розв'язують за умов (32), (33).

Розв'язок (40) і (41) проводять з використанням чисельних методів, оскільки  $q_2(x)$  та  $q_1(x)$ , як правило, задаються у вигляді деякого інтерполяційного полінома.

#### 5. Методика проведення обчислень.

Алгоритм обчислень за наведеними моделями:

- задається подання форми, профілю (19), величина швидкості найбільшого потоку  $V_\infty$  кута атаки  $\alpha$ ;

- розв'язується задача (21) – (28) на обчислення дотичної до поверхні профілю трубопроводу компоненти швидкості; коефіцієнти індуктивного опору та підйимальної сили;

- розв'язується задача знаходження конфігурації деформованої осі шляхом інтегрування рівнянь (38) та (39) з граничними умовами (32) – (33) з використанням методу пристрілки [7];

- за знайденою формою деформованої осі з використанням (29) розв'язується задача оцінки зміни НДС трубопроводу за відомою методикою [2]. Результатом є значення інтенсивності механічних напружень та шести компонентів тензора механічних напружень. Крім аеродинамічних навантажень враховується дія внутрішнього тиску моментів, прикладених до ділянки, зміни фізико-механічних властивостей трубопровідних сталей.

### IV Результати

Результати моделювання наведено в таблицях 1, 2, 3, 4.

### V Висновки

За результатами моделювання процесу обтікання кругових та еліптичних профілів можна зробити наступні висновки:

- методика розв'язку (21) – (28) протестована шляхом порівняння результатів розрахунків з відомими результатами, одержаними з використанням методу дискретних вихорів [4] та з теоретичними результатами [9]. Виявлено практично 100% збіжність результатів, одержаних з використанням цих трьох методик;

**Таблиця 1 – Залежність аеродинамічних коефіцієнтів від кута атаки для еліптичного профілю  $\varepsilon_1 = 0.492$**

$\alpha_1^0$	$C_x$	$C_y$	$C_{M_z}$
0	0,1281	0	0
2	0,11362	0,43478	0,21565
4	0,06815	0,86745	0,43026
6	-0,00740	1,29589	0,64276
8	-0,11265	1,17802	0,85214
10	-0,24708	2,13178	1,05736
12	-0,41006	2,53515	1,25743
14	-0,6007	2,42617	1,45743
16	-0,811829	3,30293	1,63825
18	-1,06157	3,66361	1,8175
20	-1,32942	4,00643	1,978
22	-1,62052	4,32974	2,14755
24	-1,93347	4,63195	2,29745

**Таблиця 2 – Залежність аеродинамічних характеристик профілю від рівня еліптичності при  $\alpha = 5^0$**

$\varepsilon_1$	$C_x$	$C_y$	$C_{M_z}$
0,5	0,03544	1,09106	0,54553
0,49	0,03378	1,08015	0,53467
0,48	0,03212	1,06923	0,52392
0,46	0,02879	1,04742	0,50276
0,43	0,02380	1,014700	0,47183

**Таблиця 3 – Аеродинамічні характеристики профілю при  $\alpha = 10^0$  за умови еліптичності на нижній поверхні  $\varepsilon_1 = 0.5$**

$\varepsilon_2$	$C_x$	$C_y$	$C_{M_z}$
0,49	-0,26371	2,23641	1,11450
0,48	-0,27957	2,32478	1,15517
0,47	-0,29562	2,41416	1,19654
0,44	-0,345	2,68847	1,32509
0,41	-0,39692	2,97549	1,46122
0,39	-0,43311	3,7438	1,55691
0,37	-0,47095	3,38085	1,65721
0,3	-0,62324	4,18923	2,06826
0,24	-0,80513	5,08096	2,51309

**Таблиця 4 – Аеродинамічні характеристики профілю з різною еліптичністю поверхонь ( $\varepsilon_1 = 0.48, \varepsilon_2 = 0.44$ ) при різних кутах атаки**

$\alpha$	$C_x$	$C_y$	$C_{M_z}$
0	0,12558	0,23856	0,4929
2	0,10155	0,69407	0,33903
4	0,04559	1,14678	0,55794
7	-0,09762	1,815	0,88241
10	-0,31049	2,46617	1,1904
13	-0,59068	3,098	1,504
17	-1,06360	3,87199	1,88815
20	-1,48775	4,41069	2,15439

– при розрахунку НДС для модельних ділянок встановлено, що урахування аеродинамічних навантажень дозволяє скорегувати значення діючих напружень: інтенсивності напружень зростають на 15-40% в залежності від  $V_\infty$ , кута  $\alpha$  та форми перерізу;

– для одержання додаткової інформації про величини  $V_\infty(x)$  необхідно провести комплекс вимірювань вказаної величини по довжині трубопроводу з використанням апаратного забезпечення для вимірювання швидкості потоку.

Подальші дослідження можуть бути пов'язані з розрахунком аеродинамічних характеристик профілів, що задають більш складні конфігурації перерізів, при цьому необхідно врахувати вимоги достатньої гладкості функції  $f(\theta)$  в (9), а також існування в неї неперервних першої та другої похідної.

### Література

1 Олійник А.П. Математичний апарат для контролю напружено-деформованого стану трубопроводів: монографія / А.П. Олійник, Л.М. Заміховський. – Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2008. – 306 с.

2 Олійник А.П. Математичні моделі процесу квазістационарного деформування трубопроводних та промислових систем при зміні їх просторової конфігурації: Монографія / А.П.Олійник. – Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2010. – 320 с.

3 Айбиндер А.Б. Расчет магистральных трубопроводов на прочность и устойчивость / А.Б. Айбиндер, А.Г. Кимерштейн. – М.: Недра, 1982. – 341 с.

4 Белоцерковский С.М. Математическое моделирование плоскопараллельного отрывного обтекания тел / С.М. Белоцерковский, В.Н. Котовский, Р.М.Федоров; под. ред. С.М. Белоцерковского. – М.: Наука, гл. ред. физ.-мат. литературы, 1988. – 232 с.

5 Зорич В.А. Математический анализ / В.А. Зорич – М.: Наука, 1981, 1984. – т. 1, 2. – 1084 с.

6 Флетчер К. Численные методы на основе метода Галеркина / К.Флетчер. – М.: Мир, 1988. – 35 с.

7 Бахвалов Н.С. Численные методы / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков – М.: Наука, 1987. – 600 с.

8 Алфутьев Н.А. Основы расчета на устойчивость упругих систем / Н.А. Алфутьев. – М.: Машиностроение, 1991. – 336 с.

9 Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. / И.И. Привалов. – М.: Наука, 1984. – 432 с.

*Стаття надійшла до редакційної колегії  
20.03.12*

*Рекомендована до друку професором  
А. В. Загороднюком*