

УТОЧНЕННЯ ІНЕРЦІЙНОГО ТА ЗАЙВЕС'ЯЗЬОВОГО НАВАНТАЖЕННЯ ПОРШНЕВИХ МАШИН

М.С. Воробйов, М.І. Квас

ІФНТУНГ; 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15; тел. (03422) 42342;
e-mail: public@nuing.edu.ua

Дана оцінка точності силового аналізу рухомої ланки поступальної кінематичної пари щодо визначення сили інерції та додаткових навантажень від статично невизначеної компоновки елементів системи. Врахована ступінчастість ланки, наявність проміжної опори та її розташування не на одному рівні з іншими опорами.

Ключові слова: поршень, сила інерції, буровий насос, надлишкова в'язь, балка, тертя, опора.

Оценивается точность силового анализа подвижного звена поступательной кинематической пары по определению силы инерции и дополнительных нагрузок от статически неопределённой компоновки элементов системы. Учтены ступенчатость звена, наличие промежуточной опоры и её расположение не на одном уровне с остальными опорами.

Ключевые слова: поршень, сила инерции, буровой насос, излишняя связь, балка, трение, опора.

Exactness of power analysis of mobile link of forward kinematics pair is estimated on determination of force of inertia and additional loadings from statically indefinite arrangement of elements of the system. The step of link, presence of intermediate support, is taken into account and its location not at one level with other supports.

Keywords: piston, force of inertia, boring pump, superfluous connection, beam, friction, support.

Під час традиційних силових розрахунків поршневих машин насосів і компресорів інерційні навантаження визначаються з певними припущеннями щодо закону руху поршня (плунжера), а статична невизначеність зовсім не враховується. Так, в [1] при визначенні зміщення поршня (а, отже, і прискорення) рекомендується нехтувати впливом довжини та повороту шатуна. У кращому випадку для цього пропонується додатково врахувати перший член розкладання радикалу шатунної складової переміщення в тригонометричний ряд. Ці обидва методи вносять певну похибку, зокрема в кінетостатичний аналіз таких машин. Додаткову похибку в силовий аналіз також вносить неврахування відомого [2] дефекту структури як від плоскої схеми моделювання кривошипно-повзунного (кривошипно-коромислового) привода, так і від багатоконтактного обпирання елементів поступальної кінематичної пари. Від експлуатаційної деформації корпусу машини ланки можуть навантажуватися силами, що не залежать від корисного технологічного навантаження. З метою уточнення силового аналізу у статті розв'язуються задачі аналізу похибки, які вносять припущення при виведенні аналітичних залежностей для закону руху поршня (плунжера), розробки методики врахування впливу наявності надлишкових в'язей на силовий розрахунок рухомої частини елементів поступальної кінематичної пари.

Точна формула для сили інерції поршня залежить від виду приводного важільного механізму і для кривошипно-повзунного механізму набуває вигляду [3]

$$\Phi = m\omega^2 \left\{ -r + l_2 \cdot \left[\frac{\sin^2 \omega t}{\lambda \sqrt{\lambda^2 - \cos^2 \omega t}} \times \left(1 + \frac{\cos^2 \omega t}{\lambda(\lambda^2 - \cos^2 \omega t)} \right) - \frac{\cos \omega t}{\lambda \sqrt{\lambda^2 - \cos^2 \omega t}} \right] \right\}, \quad (1)$$

де: m – сумарна маса поршня (плунжера), штока та повзуна;

ω – кутова швидкість кривошипа;

r – довжина кривошипа;

l_2 – довжина шатуна;

$\lambda = l_2 r^{-1}$ – коефіцієнт.

Максимальне значення сили інерції буде при $\omega t = 0^0$, тобто

$$\Phi_{\max} = -m(r + l_2 \lambda^{-2})\omega^2, \quad (2)$$

а за синусоподібним законом руху поршня –

$$\Phi_c = -mr\omega^2 \quad (3)$$

та при першому наближенні з тригонометричного ряду –

$$\Phi_1 = -m(1 + \lambda^{-1})r\omega^2. \quad (4)$$

Для кривошипно-коромислового механізму, наприклад, балансірного верстата-гойдалки сила інерції за точною формулою визначається так:

$$\Phi_k = ml_{32}l_{31}^{-1} [r(\omega_1^2 \cos \varphi_1 + \varepsilon_1 \sin \varphi_1) + l_2(\omega_2^2 \cos \varphi_2 + \varepsilon_2 \sin \varphi_2) - l_{31}\omega_3^2] \sin^{-1} \varphi_3, \quad (5)$$

де l_{31}, l_{32} – плечі коромисла;

$$\varphi_2 = \arcsin \left\{ \frac{-AB \pm \sqrt{1+B^2-A^2}}{1+B^2} \right\} - \text{функція}$$

положення шатуна;

$$\varphi_3 = \arcsin \left\{ \frac{-DB \pm \sqrt{1+B^2-D^2}}{1+B^2} \right\} - \text{функція}$$

положення коромисла;

$$A = \frac{l_{31}^2 - r^2 - l_2^2 - l_0^2 + 2l_0r \cos \varphi_1}{2(r \cos \varphi_1 - l_0)l_2};$$

$$B = r(l_0 - r \cos \varphi_1)^{-1} \sin \varphi_1;$$

$$D = 0 \frac{l_2^2 - r^2 - l_{31}^2 - l_0^2 + 2l_0r \cos \varphi_1}{2(l_0 - r \cos \varphi_1)l_{31}};$$

$$\omega_2 = \omega_1 r l_2^{-1} \sin(\varphi_1 - \varphi_3) \sin^{-1}(\varphi_2 - \varphi_3);$$

$$\omega_3 = \omega_1 r l_{31}^{-1} \sin(\varphi_1 - \varphi_3) \sin^{-1}(\varphi_3 - \varphi_2);$$

$$\varepsilon_2 = \left\{ l_{31} \omega_3^2 - r[\omega_1^2 \cos(\varphi_1 - \varphi_3) + \varepsilon_1 \sin(\varphi_1 - \varphi_3)] - l_2 \omega_2^2 \cos(\varphi_2 - \varphi_3) \right\} \cdot \left\{ l_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_3) \right\}^{-1};$$

$$\varepsilon_3 = \left\{ l_2 \omega_2^2 - r[\omega_1^2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_1 \sin(\varphi_1 - \varphi_2)] - l_{31} \omega_3^2 \cos(\varphi_3 - \varphi_2) \right\} \cdot \left\{ l_{31} \sin(\varphi_3 - \varphi_2) \right\}^{-1}.$$

Вважаючи, що кривошип обертається рівномірно, максимальна сила інерції мас, які рухаються поступально, буде мати місце при

$$\varphi_1 = 180^\circ - \arccos \left\{ \frac{(r+l_2)^2 + l_0^2 - l_{31}^2}{2l_0(r+l_2)} \right\}, \text{ а тому}$$

$$\Phi_{k \max} = -\frac{m\omega_1^2 r}{4l_0^2 l_{31}^2 (r+l_2)} \cdot \left\{ [l_{31}^2 + l_0^2 - (r+l_2)^2] \times \sqrt{l_{31}^2 [2[(r+l_2)^2 + l_0^2] - l_{31}^2] - [(r+l_2)^2 - l_0^2]^2} + [(r+l_2)^2 + l_0^2 - l_{31}^2] \cdot [(r+l_2)^2 \times [2[(r+l_2)^2 + l_0^2] - (r+l_2)^2] - (l_{31}^2 - l_0^2)^2] \right\}. \quad (6)$$

Для даного насоса прийнято нехтувати рухом по дузі кола точки підвісу штанги, вважаючи, що її рух відбувається по хорді [1], тоді наближену максимальну силу інерції можна визначити за формулою

$$\Phi_{n \max} = -\frac{m\omega_1^2 r}{2l_0(r+l_2)} \cdot \left\{ [(r+l_2)^2 + l_0^2 - l_{31}^2] \cos \alpha - \sqrt{l_{31}^2 [2[(r+l_2)^2 + l_0^2] - l_{31}^2] - [(r+l_2)^2 - l_0^2]^2} \times \sin \alpha + \frac{r}{l_2(r+l_2)l_0} [(r+l_2)^2 + l_0^2 - l_{31}^2]^2 \cos^2 \alpha - \left[l_{31}^2 [2[(r+l_2)^2 + l_0^2] - l_{31}^2] - [(r+l_2)^2 - l_0^2]^2 \right] \times \sin^2 \alpha \right\}, \quad (7)$$

де α – кут нахилу стояка довжиною l_0 .

Похибку в % можна визначити за формулою

$$\Delta = 100 \Phi_{k \max} \Phi_{n \max}^{-1},$$

в якій відповідні сили інерції потрібно визначити з формул (6) і (7).

Розрахунки свідчать, що, наприклад, для бурового насоса УНБ – 600А з параметрами $r = 0,2 \text{ м}, l_2 = 1,19 \text{ м}, \lambda = 5,95$ похибка для синусоподібного закону зміни прискорення буде 99,53%, а за законом першого наближення прискорення з тригонометричного ряду – 16,25%.

Це порівняння свідчить, що традиційні наближені методи силового аналізу важільних приводів механізмів поршневих насосів і компресорів, дають неприпустимо велику похибку.

Внаслідок можливих просторових переміщень опорних точок ланок бурового насоса, корпус яких здеформований у ході експлуатації, три зайві в'язі кривошипного привода перетворюються у дійсні [2]. Крім цього, через поводи контактування елементів поступальної пари при їх жорсткому з'єднанні, наприклад, крейцкофа з повзуном бурового насоса УНБ-600А, виникає чотири надлишкові в'язі. Це викличе перекошування контакту рухомих елементів з напрямними, наслідком чого буде поява додаткових навантажень.

Для спрощення подальшого аналізу приймаємо, що усі зони контакту є безззорними, сили ваги окремих частин вихідної ланки малі порівняно з іншими силами.

Нехай опора B (рис. 1) змістилась відносно опори A на величину δ_B , а її лінія симетрії повернулась на кут α_B . Відкинемо опору B , а її дію на округлу ланку, яка рухається поступально, замінимо реакцією R_B та реактивним моментом сили M_B .

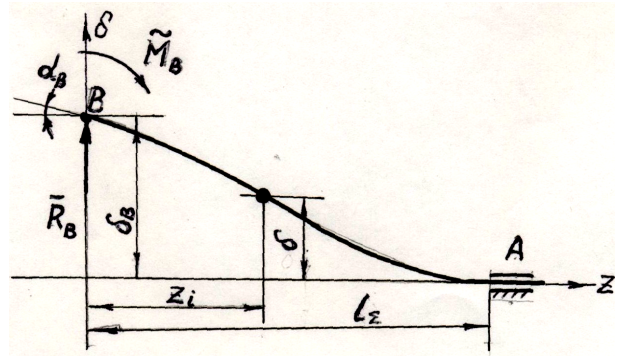


Рисунок 1 – Схема навантажень від зайвої опори

З рівняння пружності знайдемо R_B та M_B , які замінимо реакціями R'_B та R''_B , прикладеними по кромках напрямної довжиною l_n (рис. 2). Тоді силу тертя у поступальній парі можна визначити за формулою

$$M_t = f(R'_B + R''_B) = f\left(0,5R_b + \frac{M_B}{l_n}\right), \quad (6)$$

де: f – коефіцієнт тертя ковзання;
 l_n – відстань між контактними точками.

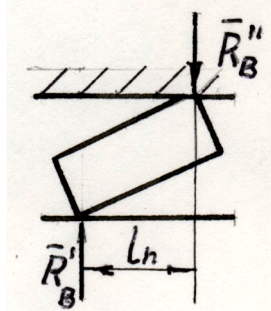


Рисунок 2 – Реакції в поступальній напрямній

Якщо $M_B l_n^{-1} > 0,5R_B$, тоді реакції R'_B і R''_B будуть спрямовані в один бік, хоча будуть відрізнятися за величиною, а саме $R'_B = 0,5R_B + M_B l_n^{-1}$, $R''_B = 0,5R_B - M_B l_n^{-1}$.

Якщо $M_B l_n^{-1} < 0,5R_B$, тоді реакції R'_B і R''_B матимуть протилежний напрямок, а сила тертя буде більшою за перший випадок в $1 + 2R'_B R_B^{-1}$ разів.

У деяких машинах ланка, яка рухається поступально, має різний діаметр та довжину окремих частин, а також зайві опори, тому її слід моделювати еквівалентною балкою постійного перерізу. Покажемо це на прикладі насоса УНБ-600А (рис. 3), приймаючи за еквівалентну балку частину з перерізом $J_0 = J_2$ [4]. Параметри поступальної ланки цього насоса такі: $l_1, J_1; l_2, J_2; l_3, J_3; l_4 = l_n, J_4$.

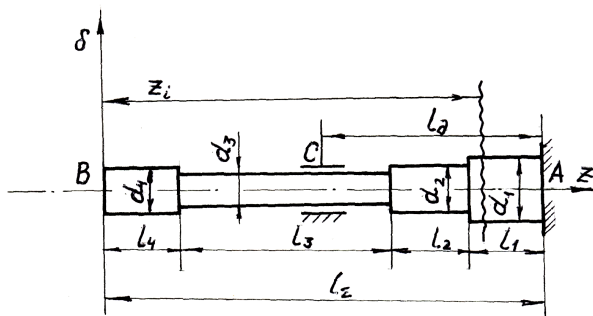


Рисунок 3 – Обпирання чотириступеневого повзуна

Визначимо коефіцієнти приведення $\beta_1, \beta_3, \beta_4$ до еквівалентної балки постійного перерізу з $\beta_2 = 1$ за формулою $\beta_i = \frac{J_i}{J_0}$.

У місцях спряження ділянок балки різного перерізу матимуть місце стрибки поперечних сил і згинаючих моментів сил. Тому тут потрібно прикласти додатково зосереджені сили, які дорівнюють

$$\Delta F_2 = F_2(\beta_2 - \beta_1),$$

$$\Delta F_3 = F_3(\beta_3 - \beta_2),$$

$$\Delta F_4 = F_4(\beta_4 - \beta_2)$$

та зосереджені моменти сил

$$M_2 = R_B(l_2 + l_3 + l_4) + M_B,$$

$$M_3 = R_B(l_3 + l_4) + M_B,$$

$$M_4 = R_B l_4 + M_B.$$

Крім цього, замість зайвої опори в точці С штока потрібно ввести додаткову реакцію Y_C . Ця опора загалом не знаходиться на одному рівні, а зміщена на відому величину $\delta_C = (\alpha_C - \alpha_B)l_\Delta$ (рис. 4).

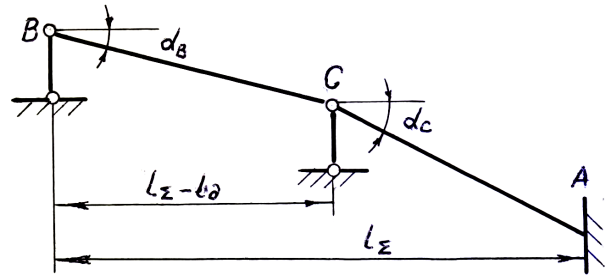


Рисунок 4 – Врахування неоднорівневого обпирання повзуна

Тут кути повороту α_C правого та α_B лівого пролетів відомі, як і відстань l_Δ до опори защемлення.

Відкинемо опору С та замінимо її дію на балку реакцією Y . Тоді з врахуванням навантажень від відкинutoї опори В рівняння вигнутої осі еквівалентної балки після нескладних перетворень можна представити у такому вигляді:

$$EJ_0 \delta'' = M_B + [R_B(l_2 + l_3 + l_4) + Y_C(l_\Delta - l_1)] \times (\beta_2 - \beta_1) + [M_B + R_B(l_3 + l_4) + Y_C(l_\Delta - l_1 - l_2)] \times (\beta_3 - \beta_2) + (M_B + R_B l_4)(\beta_4 - \beta_2),$$

де Y знаходиться з умови прогину δ_C у точці С і дорівнює $Y_C = R_B + 3bM_B$, а

$$b = \left[l_1^2 J_1^{-1} + (l_1 + l_2)^2 J_2^{-1} + (l_\Delta - l_1 - l_2)^2 J_3^{-1} \right] \times \left[l_1^3 J_1^{-1} + (l_1 + l_2)^3 J_2^{-1} + (l_\Delta - l_1 - l_2)^3 J_3^{-1} \right]^{-1} - 6EJ_0 \delta_C l_\Delta.$$

Після диференціювання один раз з умови закріплення правого кінця А знайдемо вираз для визначення кута повороту $\alpha(z)$ довільного перерізу балки на відстані z у такому вигляді

$$\delta' = \alpha(z) = E^{-1} J_0^{-1} \{ M_B \{ z - l_\Sigma - 3b(l_\Delta - l_\Sigma)(z - l_\Sigma) + 0,5(z^2 - l^2) + (\beta_2 - \beta_1)[0,5(z^2 - l_\Sigma^2) + l_1(z - l_\Sigma) - l_\Sigma(z - l_\Sigma)] + (\beta_3 - \beta_1)[0,5(z^2 - l_\Sigma^2) - (z - l_\Sigma)(l_4 - l_3)] \} + R_B \{ 0,5(z^2 - l_\Sigma^2) + (\beta_4 - \beta_2)[0,5(z^2 - l_\Sigma^2) - l_4(z - l_\Sigma)] \} \},$$

а після диференціювання другий раз – прогину $\delta(z)$:

$$\begin{aligned} \delta(z) = & E^{-1} J^{-1} \{ M_B \{ 0,5z^2 - 2zk_{\Sigma} + 1,5l_{\Sigma}^2 - 3b \times \\ & \times \{ (l_{\delta} - l_{\Sigma}) (0,5z^2 - 2zk_{\Sigma} + 1,5l_{\Sigma}^2) + 0,5 \left(\frac{z^3}{3} - 2zk_{\Sigma}^2 + \frac{5l_{\Sigma}^3}{3} \right) - \\ & - (\beta_2 - \beta_1) \times [0,5 \left(\frac{z^3}{3} - 1,5zk_{\Sigma}^2 + \frac{7l_{\Sigma}^3}{6} \right) + (l_1 - l_{\Sigma}) \times \\ & \times (0,5z^2 - 2zk_{\Sigma} + 1,5l_{\Sigma}^2) \} + (\beta_3 - \beta_1) [0,5 \left(\frac{z^3}{3} - 2zk_{\Sigma}^2 + \frac{5l_{\Sigma}^3}{3} - \right. \\ & \left. - 2zk_{\Sigma}^2 + \frac{5l_{\Sigma}^3}{3} \right) - (l_4 - l_3) (0,5z^2 - 2zk_{\Sigma} + 1,5l_{\Sigma}^2) \} \} + \\ & + R_B [0,5 \left(\frac{z^3}{3} - 2zk_{\Sigma}^2 + \frac{5l_{\Sigma}^3}{3} \right) - l_4 (0,5z^2 - 2zk_{\Sigma} + 1,5l_{\Sigma}^2) \} \}. \end{aligned}$$

Підставляючи $z = l_{\Sigma}$ у вирази для відомих кута повороту $\delta' = \alpha_B$ та прогину $\delta(z) = \delta_B$, отримуємо

$$\begin{aligned} R_B = & EJ_0 l_{\Sigma}^{-1} \{ \delta_B l_{\Sigma}^{-1} \{ 1 - 3b [l_{\delta} - 0,5l_{\Sigma} + (\beta_2 - \beta_1) \times \\ & \times (l_1 - 0,5l_{\Sigma}) + (\beta_3 - \beta_1) (0,5l_{\Sigma} - l_4 - l_3)] \} + \\ & + 1,5\alpha_B \{ 1 - 2b \{ 1,5l_{\delta} - \frac{2l_{\Sigma}}{3} + (\beta_2 - \beta_1) (l_1 - \frac{11l_{\Sigma}}{12}) + \\ & + (\beta_3 - \beta_1) [\frac{5l_{\Sigma}}{6} - 1,5(l_4 - l_3)] \} \} \{ [\frac{5l_{\Sigma}}{6} + (\beta_4 - \beta_2) \times \\ & \times (\frac{5l_{\Sigma}}{6} - 1,5l_4)] \{ 1 - 3b [l_{\delta} - 0,5l_{\Sigma} + (\beta_2 - \beta_1) \times \\ & \times (l_1 - 0,5l_{\Sigma}) + (\beta_3 - \beta_1) (0,5l_{\Sigma} - l_4 - l_3)] \} + \\ & + 0,75 [l_{\Sigma} + (\beta_2 - \beta_1) (l_{\Sigma} - 2l_4)] \{ 1 - 2b \{ 1,5l_{\delta} - \\ & - \frac{2l_{\Sigma}}{3} + (\beta_2 - \beta_1) (l_1 - \frac{11l_{\Sigma}}{12}) + (\beta_3 - \beta_1) \times \\ & \times [\frac{5l_{\Sigma}}{6} - 1,5(l_4 - l_3)] \} \}^{-1}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_B = & \{ EJ_0 \alpha_B l_{\Sigma}^{-1} - 0,5R_B [l_{\Sigma} + (\beta_4 - \beta_2) (l_{\Sigma} - 2l_4)] \} \times \\ & \times \{ 1 - 3b [l_{\delta} - 0,5l_{\Sigma} + (\beta_2 - \beta_1) (l_1 - 0,5l_{\Sigma}) + \\ & + (\beta_3 - \beta_1) (0,5l_{\Sigma} - l_4 - l_3)] \}^{-1}. \end{aligned}$$

Розрахунки свідчать, що сили тертя, які формуються реакціями від статично невизначеного обпирання ланки, що рухається зворотно – поступально, залежать від її положення, приймаючи екстремальні значення в «мертвих» положеннях.

Висновки

1 Комп'ютеризація визначення сил інерції вихідної ланки поршневих машин дає змогу підвищити точність за рахунок використання кінематично точних формул прискорення цієї ланки.

2 Запропонована методика визначення сил тертя у поступальній кінематичній парі, які виникають від статично невизначеного обпирання її ланок, дає змогу врахувати ефект нерозрізної балки, статично невизначеного її закріплення, ступінчастості виконання та знаходження опор не одному рівні. Максимальні значення сил тертя збільшуються зі збільшенням довжини ланки та величини просідання опор, а також залежать від кількості проміжних опор.

Література

- 1 Молчанов А.Г. Нефтепромышленные машины и механизмы / А. Г. Молчанов, В. Л. Чичеров. – М.: Недра, 1983. – 308 с.
- 2 Кожевников С.Н. Основания структурного анализа механизмов / С. Н. Кожевников. – К.: Наукова думка, 1979. – 230 с.
- 3 Кіницький Я.Т. Теорія механізмів і машин / Я. Т. Кіницький. –К.: Наукова думка, 2002. – 660 с.
- 4 Писаренко Г.С. Справочник по сопроотивлению материалов / Г. С. Писаренко, А. П. Яковлев, В. В. Матвеев. – К.: Наукова думка, 1979. – 704 с.

Стаття надійшла до редакційної колегії
24.11.10

Рекомендована до друку професором
В. М. Івасівим