

ВИКОРИСТАННЯ МЕХАНІКО-МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ РОБОТИ З'ЄДНАНЬ З НАТЯГОМ ПІД ЧАС ПРОЕКТУВАННЯ З'ЄДНАННЯ „ЗУБОК – ШАРОШКА”

В.А.Корнута, О.В.Корнута

ІФНТУНГ, 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (03422)

e-mail: public@nuing.edu.ua

Статья посвящена обзору математических моделей, которые уже используются и предлагаются использовать при проектировании соединения с натягом «зубец-шарошка» бурового долота, а также других существующих математических моделей, которые можно использовать для оценки параметров работы соединения с натягом. Наводится оценка границ использования моделей с учетом конструктивных особенностей соединения «зубец-шарошка»

Стрімкий технологічний розвиток суспільства вимагає використання значних обсягів енергосилої. Україна протягом тривалого періоду не мала стратегічної програми національного енергетичного розвитку, що негативно відображалось на формуванні та реалізації не тільки її енергетичної, але й економічної політики. В зв'язку з цим прийняття Енергетичної стратегії на період до 2030 року (розпорядження КМ України №145 від 15.03.2006 р.) набуває особливого значення. Серед основних цілей Енергетичної стратегії України на період до 2030 року визначено створення умов для постійного забезпечення попиту на енергетичні продукти, забезпечення надійного та якісного функціонування енергетики та її ефективного розвитку, а також підвищення рівня енергетичної безпеки держави. В документі пропонується знизити рівень енергетичної залежності країни від зовнішніх поставок з 54,5% до 11,7%, в тому числі за рахунок збільшення обсягів використання власних покладів нафти і газу, та видобування українськими компаніями нафти і газу за межами України [1].

Вирішення важливої державної проблеми забезпечення паливно-енергетичного комплексу сировиною вимагає розробки і впровадження високоефективного устаткування та обладнання для нафтогазової галузі. Оскільки в загальному об'ємі буріння нафтових і газових свердловин понад 90% проходки виконується шарошковими долотами, ефективність процесів буріння тісно пов'язана з довговічністю породоруйнівного інструменту, яка, в свою чергу, значною мірою визначається конструктивними особливостями.

Одним з чинників, які обмежують довговічність бурових доліт є надійність з'єднання «зубок – шарошка». Особливо актуальним є підвищення надійності з'єднання в зв'язку з впровадженням нових прогресивних опор, і, як наслідок, вирівнюванням ресурсу роботи озброєння та опори. Підвищити надійність мо-

This article is devoted the review of mathematical models which are already utilized and it is suggested to use for planning pressure coupling with «tooth-roller» of drill bit, and also other existent mathematical models which can be utilized for the estimation of parameters of work of pressure coupling. The scopes estimation of the use of models is resulted taking into account the structural features of connection «tooth-roller»

жна шляхом удосконалення методики проектування, використання нових методів моделювання з метою забезпечення більш повного застосування властивостей матеріалів, зниження негативних якостей конструкції.

Визначити напруження та деформації у деталях з'єднання з натягом «зубок – шарошка» із врахуванням неоднорідних властивостей матеріалу вздовж осі з'єднання аналітичними методами теорії пружності, пластичності – складна задача, шлях вирішення якої досі не описаний. Проте, на даний час поставлено та розв'язано багато задач, які стосуються визначення параметрів напружено-деформованого стану матеріалу (НДС) деталей, які входять до з'єднання з натягом.

Дослідження з'єднань з натягом на основі формул теорії пружності проводилося Ляме в 1830-х роках. Також відомі більш пізні роботи академіка з Росії Годоліна А.В. Сучасний стан вказаних задач та методи їх розв'язання наведено К.Джонсоном, М.І.Теплим, В.М.Александровим, М.І.Чебаковим. В останній роботі подано широкий огляд робіт, що стосуються задач згаданої проблематики. Крім того, в працях І.А.Біргера, Г.Б.Юсильовича, А.І.Якушева, А.Я.Якушева розглядаються інженерні методи розв'язування задач контакту циліндричних тіл для роз'ємних з'єднань. Дослідження роботи з'єднань з натягом за різних умов роботи та використання різних матеріалів освітлено в роботах Гречищева Є.С. та Ільяшенка А.А., Бернікера Е.І.

Основна задача, яка нас цікавить – знаходження параметрів напружено-деформованого стану з'єднання. Якщо сформулювати цю задачу в механіко-математичній постановці, на зразок постановок задач для розв'язування математичними методами теорії пружності та пластичності, то нас цікавить задача взаємодії суцільного циліндричного тіла обмежених розмірів з циліндричним отвором у іншому пружному тілі.

Така задача відноситься до класу контактних задач (взаємодія двох тіл) із малою різницею між характерними розмірами тіл та розмірами області контакту.

Розгляд задач даного класу вітчизняними і зарубіжними вченими виконується, як правило, в двох варіантах:

- а) задачі з плоско-деформованим станом;
- б) задачі з плоским напруженим станом.

Найчастіше розглядають задачі з плоским напруженим станом.

Загалом плоску задачу контакту двох тіл близьких за розмірами з круговими границями формують так, як це подано у [2].

Є пружна ізотропна пластина S_1 одиничної товщини з круговим отвором радіусом R_1 , в який вставлено пружний циліндр (диск) S_2 з іншого матеріалу радіусом $R_2 \leq R_1$. В центрі циліндра S_2 прикладена зосереджена сила $X_0 + iY_0$ ($i = \sqrt{-1}$) і зосереджена пара з моментом M_0 , як це зображено на рис. 1. Під дією цих силових чинників циліндр S_2 притискається до межі кругового отвору в пластинці S_1 і може зробити поворот навколо свого центру. В результаті цього на поверхні контакту між тілами S_1 і S_2 виникають контактні напруження: радіальні σ_r і дотичні τ_{ra} . Вважається, що тіла S_1 і S_2 перебувають в стані статичної рівноваги. Задача полягає у визначенні контактних напружень за сформульованих вище умов.

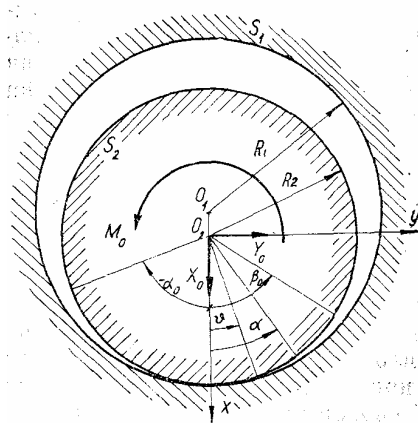


Рисунок 1 – Ескіз моделі контакту між пластиною з отвором і диском

Для визначеності розв’язання задачі проводили в системі прямокутних декартових координат xOy , до якої віднесена область S_1 (або S_2), причому так, що початок цієї системи співпадає з центром кругового отвору (з центром диска), а осі Ox і Oy — з лініями дії сил X_0 і Y_0 . Крім того, позначимо через a і ϑ полярні кути точок меж областей S_1 і S_2 , відлічувані від осі Ox , причому за додатній напрям прийнято напрям відліку проти годинникової стрілки.

Відповідно до постановки задачі на контурі отвору в області S_1 і на контурі диска S_2 приймаємо такі граничні умови:

$$\sigma_r(\alpha) = \tau_{ra}(\alpha) = 0, \quad 2\pi - \alpha_0 \geq \alpha \geq \beta_0 \quad (1)$$

$$\sigma_r(\alpha) = -p(\alpha), \quad -\alpha_0 \leq \alpha \leq \beta_0 \quad (2)$$

$$K_1(\alpha) = K_2(\alpha), \quad -\alpha_0 \leq \alpha \leq \beta_0 \quad (3)$$

де: α_0 і β_0 – полярні кути кінцевих точок області контакту L між тілами S_1 і S_2 ; $p(\alpha)$ – нормальний тиск в області контакту; $K_1(\alpha)$ і $K_2(\alpha)$ – кривизна меж тіл S_1 і S_2 , деформованих в результаті контакту.

Припускаємо, що радіальні розміри пластини S_1 достатньо великі порівняно з розмірами отвору, тому пластину можна вважати нескінченною, а напруження на її зовнішньому контурі вважати відсутніми.

У даному випадку площа контакту між тілами S_1 і S_2 під час стискання розповсюджується на значну частину їх поверхонь, тобто величина області контакту співмірна з радіусами кривизни контактуючих тіл, що унеможливає застосування гіпотези про малу область контакту. Встановлення початкового рівняння для такого класу задач вимагає більш загально-го підходу.

Для виведення рівняння цієї задачі використано умову (3), що виражає рівність кривизни стиснених тіл в області контакту. Кривизну деформованого контуру пружного тіла визначено за формулою:

$$k(\alpha) = \frac{1}{(x'^2 + y'^2)^{3/2}} [x'y'' - x''y' + x'v' + y'u' -$$

$$x''v' - y'u'' - 3 \frac{x'y'' - x''y'}{x'^2 + y'^2} (x'u' + y'v')] \quad (4)$$

де $x = x(a)$ і $y = y(a)$ – параметричне рівняння плоскої кривої до деформації; $u = u(a)$ і $v = v(a)$ – проекції (відповідно на осі Ox і Oy) вектора переміщення точок даної кривої в результаті її деформації; штрихи означають диференціювання за a відповідної функції.

Якщо виразити похідні u' і v' компонентів вектора переміщення точок контурів отвору і диска через шукані контактні напруження, то на підставі граничної умови (3) і формули (4) одержимо початкове рівняння для визначення цих напружень.

Такий підхід можна застосовувати для опису різноманітних випадків з’єднання двох циліндрів близьких радіусів за умови, якщо можна застосувати припущення про плоский напружено-деформований стан.

Зокрема, наведена вище модель застосовано для розв’язання задачі для випадку, коли з’єднання зібране з натягом Δ ($R_2 - R_1 = \Delta$; $R_2 \approx R_1$) і навантажено силою P_0 , прикладеною до центра внутрішнього циліндра.

Тиск на поверхні контакту описується рівнянням:

$$p(\alpha) = \frac{4\Delta\gamma_4 G_1}{(\gamma_1 + \gamma_3)R} + \frac{P_0}{\pi R} \cos \alpha. \quad (5)$$

Нормальні напруження дорівнюють тиску на поверхні контакту, дотичні напруження можна визначити за формулами:

$$\sigma_{\alpha}^{(1)} = \frac{4\Delta\gamma_4 G_1}{(\gamma_1 + \gamma_2) R} + \frac{\chi_1 - 1}{\chi_1 + 1} \frac{P_0}{\pi R} \cos \alpha ; \quad (6)$$

$$\sigma_{\alpha}^{(2)} = -\frac{4\Delta\gamma_4 G_2}{(\gamma_1 + \gamma_2) R} + \frac{\chi_2 - 1}{\chi_2 + 1} \frac{P_0}{\pi R} \cos \alpha . \quad (7)$$

Коефіцієнти γ_1 у формулах визначаються наступним чином:

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \frac{(1 - \chi_1)G_2 - (1 - \chi_2)G_1}{(1 + \chi_1)G_2 + (1 + \chi_2)G_1} ; \\ \gamma_2 &= \frac{\chi_1 G_2 + G_1}{(1 + \chi_1)G_2 + (1 + \chi_2)G_1} ; \\ \gamma_3 &= \frac{(1 + \chi_1)G_2}{(1 + \chi_1)G_2 + (1 + \chi_2)G_1} ; \\ \gamma_4 &= \frac{G_2}{(1 + \chi_1)G_2 + (1 + \chi_2)G_1} . \end{aligned} \quad (8)$$

Таким чином, для випадку плоского стану маємо повну замкнену модель для розрахунку напружень і деформацій.

У наведеній моделі не враховано вплив мікронерівностей шорсткості (прийнято поверхні абсолютно гладкими) та тертя.

Для врахування впливу шорсткості застосовується модель, що містить шари підвищеної податливості на поверхні тіл. У такому разі враховуються деформації мікронерівностей. Математично дана модель описується формулою тиску на поверхні контакту [2]:

$$p(\alpha) = \frac{4h\Delta\gamma_1\gamma_4 G_1}{R(k^2 + h\gamma_1\gamma_3)} + \frac{P_0}{\pi R} \cos \alpha , \quad (9)$$

де:

$$\begin{aligned} k^2 &= \frac{R\gamma_1^2 + 4\gamma_1\gamma_4 G_1(c_1 + c_2)}{R + 4\gamma_1\gamma_4 G_1(c_1 + c_2)} ; \\ h &= \frac{R}{R + 4\gamma_1\gamma_4 G_1(c_1 + c_2)} . \end{aligned} \quad (10)$$

Розмірність коефіцієнтів c_1 і c_2 , що визначають контактну жорсткість шару – [одиниця довжини/одиниця тиску]. В роботі [2] ці коефіцієнти пропонується визначати експериментально.

Аналіз наведеної моделі свідчить, що врахування контактної податливості поверхневих шарів призводить до зниження рівня контактних напружень, при цьому розподіл напружень вздовж перерізу, нормального до осі з'єднання – кола, залишається незмінним.

Наведемо приклад [2], де у моделі для розрахунку з'єднання з натягом враховується сила тертя. Припускаємо, що з'єднання складається із зовнішнього циліндра, що є необмеженою пластиною з круговим отвором радіусом R_1 і внутрішнього циліндра (штиря) радіусом R_2 . Окрім того, болт, посаджений в отвір з натягом, здійснює тиск на контур отвору під дією зосередженої сили P_0 , яку прикладено в його

центрі. Одночасно на болт діє момент M_0 , що викликає в області контакту між циліндрами дотичні напруження τ_{ra} . Вважатимемо, що матеріали циліндрів різні, а сила тертя на посадочній поверхні описується за законом Кулона, тобто $\tau_{ra} = f\sigma_r$, де σ_r — нормальне (радіальне) напруження, f — коефіцієнт тертя.

Необхідно знайти контактний тиск та момент, який призводить до ковзання штиря відносно отвору.

Для наведеної задачі розв'язок отримано [2] у вигляді рівняння:

$$p(\alpha) = \frac{4\gamma_4\Delta G_1}{(\gamma_1 + \gamma_3)R} + \frac{P_0}{\pi(1 + f^2)R} (\cos \alpha - f \sin \alpha) . \quad (11)$$

Екстремуми функція отримує при $\alpha_0 = \pi - \arctg f$ – мінімум та при $\alpha^* = -\arctg f$ – максимум.

За даних умов навантаження мінімальний натяг, необхідний для забезпечення нерозривності з'єднання ($\alpha = \alpha_0$ контактний тиск рівний нулеві) обчислюється за формулою:

$$\Delta_{\min} = \frac{(\gamma_1 + \gamma_3)P_0(f \sin \alpha_0 - \cos \alpha_0)}{4\pi\gamma_4(1 + f^2)G_1} . \quad (12)$$

За мінімального натягу контактний тиск дорівнює:

$$p_{\min}(\alpha) = \frac{P_0}{\pi(1 + f^2)R} \cdot (\cos \alpha - f \sin \alpha - \cos \alpha_0 + f \sin \alpha_0) \quad (13)$$

З умови рівноваги штиря під дією зовнішніх навантажень та сили тертя можна знайти момент, який призведе до прокручування штиря в отворі:

$$M = \frac{8\pi\gamma_4\Delta f R I G_1}{(\gamma_1 + \gamma_3)} . \quad (14)$$

При цьому внаслідок прийнятої рівномірності навантаження вздовж осі з'єднання момент сил тертя розглядається як $M = M_0 \cdot l$.

Нормальні колові (перпендикулярні до радіусу) напруження на контурі відповідно отвору та штиря розраховуються за формулами:

$$\begin{aligned} \sigma_{\alpha}^{(1)} &= \frac{4\gamma_4\Delta G_1}{(\gamma_1 + \gamma_3)R} + \frac{2P_0}{\pi R} \left\{ \frac{\chi_1}{1 + \chi_1} \cos \alpha - \frac{1}{2(1 + f^2)} [f \sin \alpha + (1 + 2f^2) \cos \alpha] \right\}, \quad 0 \leq \alpha \leq 2\pi \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\alpha}^{(2)} &= -\frac{4\gamma_4\Delta G_1}{(\gamma_1 + \gamma_3)R} + \frac{2P_0}{\pi R} \left\{ \frac{1}{1 + \chi_2} \cos \alpha + \frac{1}{2(1 + f^2)} [3f \sin \alpha + (2f^2 - 1) \cos \alpha] \right\} \end{aligned} \quad (16)$$

Наведена модель дає змогу розраховувати параметри НДС для з'єднань з натягом, що задовольняють умови плоского стану.

Подібних універсальних моделей для об'ємного стану (наприклад, контакт циліндрів висотою приблизно рівною діаметру) для реальних конструкцій не побудовано.

Нижче наведено спрощену модель, яка отримана у [3] на основі малості натягу порівняно з розмірами деталей (радіусами).

Для складених циліндрів необхідно знайти залежність тиску p_c вздовж контактної поверхні від натягу δ — різниці між зовнішнім діаметром внутрішнього циліндра 1 та внутрішнім діаметром зовнішнього циліндра 2 (рис. 2).

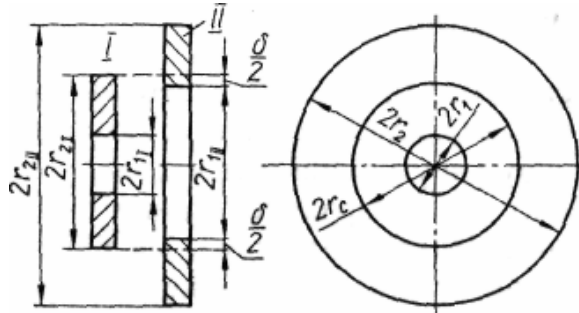


Рисунок 2 – Внутрішній контакт двох кілець (нескінченних порожнистих циліндрів)

Оскільки після насадження одного циліндра на інший зовнішній радіус внутрішнього циліндра та внутрішній радіус зовнішнього стають однаковими, то очевидно, що сума абсолютних значень радіальних переміщень обох циліндрів на радіусі поверхні контакту, спричинених контактним тиском, має дорівнювати половині натягу:

$$|u_I| + |u_{II}| = \sigma / 2. \quad (17)$$

Натяг δ дуже малий порівняно з розмірами радіуса поверхні контакту, тому під час обчислення переміщень прийнято, що $r_{2I} = r_{1II} = r_c$ (рис. 2). Через $k_1 = r_1 / r_c$ позначено відношення внутрішнього радіуса циліндра до радіуса поверхні контакту, а через $k_2 = r_c / r_2$ — відношення радіуса поверхні контакту до зовнішнього радіуса циліндра.

Прийнято, що матеріали складених циліндрів різні.

Контактний тиск p_c буде зовнішнім для внутрішнього циліндра та внутрішнім для зовнішнього циліндра. Абсолютне значення радіального переміщення внутрішнього циліндра на контактній поверхні виразимо формулою

$$|u_I| = \frac{r_c}{E_1} \left(\frac{1+k_1^2}{1-k_1^2} - \mu_1 \right) p_c, \quad (18)$$

а зовнішнього — за формулою

$$|u_{II}| = \frac{r_c}{E_2} \left(\frac{1+k_2^2}{1-k_2^2} + \mu_2 \right) p_c. \quad (19)$$

Розв'язуючи рівняння (17–19) відносно p_c , отримаємо

$$p_c = \frac{\delta / 2}{\frac{r_c}{E_1} \left(\frac{1+k_1^2}{1-k_1^2} - \mu_1 \right) + \frac{r_c}{E_2} \left(\frac{1-k_2^2}{1+k_2^2} + \mu_2 \right)}. \quad (20)$$

Напруження, спричинені тиском p_c , обчислюють за формулами (21), (22) для внутрішнього циліндра та за формулами (23), (24) — для зовнішнього.

$$\sigma_r = -\frac{r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \left(1 - \frac{r_1^2}{r^2} \right) p; \quad (21)$$

$$\sigma_\theta = -\frac{r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \left(1 + \frac{r_1^2}{r^2} \right) p; \quad (22)$$

$$\sigma_r = \frac{r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \left(1 - \frac{r_2^2}{r^2} \right) p; \quad (23)$$

$$\sigma_\theta = \frac{r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \left(1 + \frac{r_2^2}{r^2} \right) p. \quad (24)$$

Практично всі вище наведені моделі замкнені або їх можна замкнути за результатами експерименту. Відповідно, їх можна використати для оцінки НДС з'єднання. Але при цьому варто враховувати, що всі моделі побудовано для плоского випадку і їх результати будуть точними лише для контакту гладких циліндрів достатньої довжини. Крім того, суттєвим обмеженням є придатність до використання лише при пружних деформаціях деталей з'єднання, а перших двох моделей — лише в умовах статичного навантаження. Результати розрахунків за наведеними моделями можна використати лише для попередньої оцінки НДС з'єднання з натягом «зубок – шарошка». За необхідності модифікації конструкції з'єднання, врахування об'ємного НДС, результати моделей не будуть точними внаслідок накладання під час виведення рівнянь математичної моделі обмежень на геометричну модель.

Всі наведені результати отримано в дослідженнях, які не стосувались прямо конструювання з'єднання з натягом «зубок – шарошка». Враховуючи існування проблеми в конкретній прикладній галузі, є велика кількість праць, присвячених саме цій конкретній проблемі.

Однією з основних праць, в яких описується робота бурових доліт, та, зокрема, твердосплавного оснащення шарошок є [4]. Основні результати праці ґрунтуються на дослідженнях, які проводились у ВНДІБТ. Зокрема, проводилися детальні дослідження умов, які забезпечують максимальне питоме зусилля (на одиницю довжини/висоти з'єднання), що утримує зубок в отворі. На основі результатів аналітичних та експериментальних досліджень створено рекомендації про оптимальні значення натягу для з'єднання «зубок - шарошка». З'єднання при цьому моделювалося як закріплення циліндричного зубка у товстостінному циліндрі.

Граничний натяг визначали з умов стійкості отвору у шарошці та недопущення появи пластичної деформації на контактній поверхні та прилеглий до неї зоні. Для довільного розміру зубка граничний натяг пропонується визначати за формулою:

$$[N_p] = p_r = \frac{xd}{1.29 \cdot 10^4}; \quad (25)$$

з умовою:

$$p_T \leq \tau_T \left[1 - \left(\frac{d}{d_2} \right)^2 \right]; \quad (26)$$

де: p_T – тиск на контактній поверхні; $\tau_T = 0.58\sigma_T$ – межа текучості зовнішнього циліндра під час зсуву; σ_T – межа текучості матеріалу зовнішнього циліндра на розтяг; d – номінальний діаметр з'єднання; d_2 – зовнішній діаметр зовнішнього циліндра; x – коефіцієнт, який уможлиблює врахування відношення довжини з'єднання до його діаметра. Спосіб вибору значень коефіцієнта автори не наводять. Можливо, цей коефіцієнт визначається згідно графіків, наведених у [5].

У [4] зазначено, що розрахунок з'єднання «зубок – шарошка» більшість авторів наукової літератури та у конструкторських бюро в промисловості проводять без врахування змінного натягу, зумовленого спотвореннями форми отвору та неоднорідністю властивостей матеріалу, зміни натягу під час зминання мікронерівностей шорсткості. Таку ж методику прийнято і у [4]. Крім того, всі дослідження проводилися без врахування особливостей навантаження у ході експлуатації інструменту. Варто зазначити, що методику врахування зміни натягу по довжині з'єднань з однорідних матеріалів наведено у [5].

Для врахування впливу шорсткості поверхонь отвору та зубка вводиться поняття «розрахунковий натяг» N_p табличний натяг N_T необхідно збільшити до значень N_p , знайдених за формулою:

$$N_p = N_T + 0.024. \quad (27)$$

Напруження від натягу (конструктивні) розраховуються за формулою:

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_t = -p_k = -\frac{N_\phi}{d} \frac{E_b}{C_b + \frac{E_b C_a}{E_a}}; \quad (28)$$

де: $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_t, p_k$ - компоненти напруження в напрямку відповідних координатних осей, колола компонента напружень та контактний тиск відповідно; N_ϕ – фактичний натяг визначається з урахуванням пластичних деформацій цементованого шару; d – номінальний діаметр з'єднання; E_a, E_b – модулі пружності матеріалу шарошки (а) та зубка (b); $C_a = 1 + \mu_a$; $C_b = 1 - \mu_b$ - сталі (константи) шарошки та зубка; $\mu_a; \mu_b$ - коефіцієнти Пуассона.

Отже, напруження від контактного тиску визначаються, як відношення жорсткостей тіл з умови однакових переміщень їх частинок. Фактично ця формула є результатом приведення розв'язку задачі контакту пружних тіл до умов плоскої деформації з теорії пружності (формули Ляме, [5]). Відповідно, напруження вважаються незалежними від u та θ (у циліндричних

координатах), тобто не враховується наявність концентраторів напружень. Також у [4] не описано, як визначати фактичний натяг.

На нашу думку, рівність напружень $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_t$ викликає сумніви, адже наприклад, напруження σ_y для моделі [4] на поверхні контакту, напевно, рівне:

$$\sigma_y = f\sigma_x, \quad (29)$$

де f - коефіцієнт тертя.

Тоді напруження на поверхні контакту можуть бути рівними лише за умови, що коефіцієнт тертя рівний одиниці. Для з'єднань з натягом коефіцієнт тертя приймають в межах $0,05 \div 0,8$ [5].

Згідно [5] наведене добре описує контактний тиск лише в межах пружних деформацій деталей з'єднання. Допустимі напруження визначаються з теорії найбільших дотичних напружень із вибором коефіцієнта $0,58$ (IV теорія міцності) замість $0,5$ (як це і видно з (26)).

Крім того, у формулі (28) нехтують різницею у величині та знаку напружень вздовж різних осей (величина радіальних напружень $\approx 0,5$ величини колових за модулем та різні за знаками (стискання-розтяг відповідно)). Розрахункова схема для такої формули повинна передбачати як мінімум напівнескінченність циліндрів (тобто контакт циліндра з поверхнею отвору у напівпросторі).

Для врахування впливу експлуатаційних навантажень у модель вводиться зосереджена сила P , прикладена до вершини зубка під кутом α . Силу P розкладають на дві компоненти: радіальну $R_x = P \sin \alpha$ та осьову $R_y = P \cos \alpha$.

Для точки А компоненти напружень від R_x :

$$\begin{aligned} \sigma_y &= -(R_y k_b \cos^4 \theta) / y_A; \\ \sigma_x &= (R_y k_b \cos^2 \theta \sin^2 \theta) / y_A; \\ \tau_{xy} &= (R_y k_b \cos^3 \theta \sin \theta) / y_A \end{aligned} \quad (30)$$

Компоненти напружень від R_y :

$$\begin{aligned} \sigma_x &= -(R_x k_z \cos^4 \theta) / x_A; \\ \sigma_y &= -(R_x k_z \cos \theta \sin^3 \theta) / y_A; \\ \tau_{xy} &= (R_x k_z \cos^2 \theta \sin^2 \theta) / y_A \end{aligned} \quad (31)$$

де $x_A; y_A$ – координати точки А в прямокутній системі координат; $y_A = H - h$; $x_A = d/2$; H – висота зубка; h – глибина запресовування зубка; d – діаметр зубка.

Кут θ можна визначити з формули

$$\operatorname{tg} \theta = 2(H - h)d. \quad (32)$$

Коефіцієнти k_b та k_z залежать від кута загострення, якщо вершина зубка клиноподібна. Як визначаються дані коефіцієнти у [4] не вказано. Але для випадку симетричного загострення клина вершини зубка та прикладання робочого навантаження коефіцієнти рівні між собою та дорівнюють 1. Тоді для визначення напру-

жень в т. А автори [4] пропонують таку систему рівнянь:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= -\frac{R_x \cos^4 \theta}{x_A} - \frac{R_y \cos^2 \theta \sin^2 \theta}{y_A} - p_k; \\ \sigma_y &= -\frac{R_y \cos^4 \theta}{y_A} - \frac{R_x x_A \sin^4 \theta}{y^2_A}; \\ \sigma_t &= -p_k = -N_{II} / dA_1; \\ \tau_{xy} = \tau_{yx} &= \frac{R_y \cos^3 \theta \sin \theta - R_x \cos^2 \theta \sin^2 \theta}{y_A} \end{aligned} \quad (33)$$

Еквівалентне напруження визначається за третьою теорією міцності:

$$\sigma_{екв. \max} = -\frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_t)^2 + (\sigma_t - \sigma_x)^2 + 6\tau_{xy}^2} \quad (34)$$

Таким чином, у розглянутій моделі [4] напруження від контактної тиску розраховано як для задачі для випадку контакту нескінченних циліндрів (плоскої задачі), а напруження від експлуатаційного навантаження розглядаються як для моделі контакту циліндрів обмежених розмірів. Концентрація напружень на усті отвору формулами (26) – (28) не враховується.

Під час визначення допустимих напружень пропонується наявність концентраторів враховувати коефіцієнтом концентрації напружень k_σ , який визначається за експериментальною функцією. Вигляд функції, як і методика побудови експериментальної функції не наводиться.

В той же час відзначається, що концентрація напружень (якої практично неможливо уникнути) є визначальною в процесі виникнення пошкоджень, які значно змінюють ресурс роботи з'єднань або й призводять до їх руйнування.

У модель [4] введено також розрахунок параметрів циклічного навантаження σ_m та σ_a зубка на основі значень еквівалентних напружень (за формулою (34)) за різних напрямів α та $-\alpha$ прикладання навантаження, що моделює експлуатаційне. На основі знайдених значень σ_m та σ_a за кривими втомі матеріалів можна, на думку авторів [4], визначити довговічність деталей з'єднання.

У моделі роботи з'єднання [6], зусилля запресовування приймають рівними зусиллю розпресовування і обчислюють за формулою

$$P = \pi f p_k d l, \quad (35)$$

де f – коефіцієнт тертя; l – довжина з'єднання, мм; p_k – контактний тиск, МПа

Коефіцієнт тертя та контактний тиск пропонується визначати згідно [7, 8] з наведених там таблиць.

Варто зауважити, що: зусилля руйнування з'єднання з натягом за даними [5] та інших джерел значно менші за зусилля утворення з'єднання; формула (35) справедлива лише для постійного контактної тиску, який для даного типу з'єднань можливий лише для контакту безкінечних або достатньо довгих циліндрів ($l/d \geq 3$, напр., [9]).

У роботі [10] наведено формули для розрахунку параметрів НДС деталей з'єднання. Тут розглядається задача контакту двох довгих співвісних циліндрів, коли напруження вздовж осей циліндричної системи координат з віссю z вздовж осі циліндрів можна прирівняти до головних. При цьому автори розраховують третє нормальне напруження (осьове вздовж осі z) як добуток нормального напруження на коефіцієнт тертя. Автори [10] пропонують для визначення допустимого максимального натягу посадки зубків у отвори шарошки використовувати формулу:

$$T_N = \frac{d_3}{k_T} \left(\frac{\sigma_{T_u}}{\sqrt{1+f^2}} + \frac{\sigma_{T_s}}{1-f} \right) \left(\frac{1-\mu_3}{E_3} + \frac{1+\mu_u}{E_u} \right) \quad (36)$$

де d_3 – діаметр зубка; k_T – коефіцієнт запасу міцності; σ_{T_u} – границя текучості матеріалу шарошки; σ_{T_s} – границя текучості матеріалу зубка; f – коефіцієнт тертя (0,1÷0,15); μ_3 , μ_u – коефіцієнти Пуассона для матеріалу зубка та шарошки відповідно; E_3 , E_u – модулі Юнга для матеріалу зубка та шарошки відповідно.

Проведені авторами [10] дослідження показали, що підвищення натягу можливе за рахунок зменшення коефіцієнту запасу міцності призводить до зростання сили випресовування. Стендові випробування [10] показали: підвищення натягу призводить до зростання кількості сколених зубків незалежно від марки сталі, а кількість втрачених зубків залежить від марки сталі корпусу шарошки. Пропонується використання проточеної біля устя отвору канавки (за рекомендацією [4]). В той же час стверджується, що оптимізація натягу дає змогу зменшити ймовірність руйнування зубка і шарошки як у процесі складання, так і у ході експлуатації.

Таким чином, з проведеного огляду математичних моделей роботи з'єднання з натягом видно, що більшість складених для розрахунку параметрів роботи та НДС деталей з'єднання з натягом ґрунтуються на основі розв'язків плоскої задачі теорії пружності, зокрема результатів Ляме.

Такі результати можна застосовувати лише для контакту пластини та диска або для контакту двох довгих циліндрів з відношенням $l/d \geq 3$. Для з'єднань «зубок – шарошка» характерне відношення розмірів складає $l/d \approx 1$, тому результати, отримані з використанням наведених моделей, можна застосовувати лише як наближені, під час оціночних розрахунків. Розраховувати за формулами наведених моделей параметри НДС деталей з'єднання з натягом «зубок – шарошка» та параметри роботи з'єднання під час врахування конструктивних елементів деталей (наприклад, фасок, виточок) практично є неможливим. Тому існує необхідність у подальших дослідженнях та побудові більш універсальних моделей роботи деталей такого з'єднання.

Література

- 1 Енергетична стратегія України на період до 2030 р. // №145-р від 15.03.06 <http://www.rada.gov.ua>
- 2 Теплый М.И. Контактные задачи для областей с круговыми границами. / М.И. Теплый. – Львов: Вища школа, 1983. - 176с.
- 3 Писаренко Г.С. Опір матеріалів: Підручник / Г.С.Писаренко, О.Л.Квітка, Є.С.Уманський. – К.: Вища школа, 2004. – 655с.
- 4 Крылов К.А. Повышение эффективности и долговечности буровых долот / К.А.Крылов, О.А.Стрельцова. – М.: Недра, 1983. – 206с.
- 5 Берникер Е. И. Посадки с натягом в машиностроении. / Е.И. Берникер. – М.: Машиностроение, 1966. – 166 с.
- 6 Петрина Ю. Д. Підвищення надійності з'єднання "шарошка - зубок" в тришарошкових бурових долотах / Петрина Ю.Д., Яким Р.С., Пасинович Т. Б. // Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ. – 2007. – № 2 (23). – С. 67-69.7 Давиденков Н. Н. Избранные труды в 2-х томах. Т. 1. Динамическая прочность и хрупкость металлов / Н.Н.Давиденков. – К.: Наукова думка, 1981. – 699с.
- 8 Новиков М.П. Основы технологии сборки машин и механизмов / М.П. Новиков. - М.: Машиностроение, 1980. - 592 с.
- 9 Феодосьев В. И. Избранные задачи и вопросы по сопротивлению материалов / В.И.Феодосьев. – Наука, 1967. – 376 с.
- 10 Петрина Ю.Д. Аналіз надійності з'єднання «зубок–шарошка» в тришарошкових бурових долотах / Ю.Д.Петрина, Р.С.Яким, Т.Б.Пасинович // Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ. –2008. – №1(26) – С. 48-54.