

## ІДЕНТИФІКАЦІЯ ХАОТИЧНОЇ ПОВЕДІНКИ НЕЛІНІЙНИХ ОБ'ЄКТІВ КЕРУВАННЯ, ЩО ФУНКЦІОНУЮТЬ ЗА УМОВ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ТА НАЯВНОСТІ ЗАВАД

О.В. Гутак, Ю.В. Заруба, Ю.Б. Долишня, Г.Н. Семенцов

ІФНТУНГ, 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (03422) 46067,  
e-mail: kafatp@nuing.edu.ua

*Запропоновано використання показника Херста для ідентифікації в реальному часі хаосу з метою вирішення проблеми раннього виявлення розладань нелінійних об'єктів керування на прикладі процесу буріння. Розв'язано задачу відновлення показника Херста в процесі буріння свердловини, для чого запропоновано відповідне математичне, алгоритмічне і програмне забезпечення.*

Ключові слова: ідентифікація хаосу, об'єкт керування, невизначеність, розладання, показник Херста, реальний час.

*Предложено использование показателя Херста для идентификации в реальном времени хаоса с целью решения проблемы раннего выявления разладок нелинейных объектов управления на примере процесса бурения. Решена задача восстановления показателя Херста в процессе бурения скважины, для чего предложено соответствующее математическое, алгоритмическое и программное обеспечение.*

Ключевые слова: идентификация хаоса, объект управления, неопределенность, разладка, показатель Херста, реальное время.

*The use of s index for identification of chaos in real time to address the early detection of disturbance of nonlinear control objects on the example of drilling. The task of restoring s index in drilling wells, which are proposed for the mathematical, algorithmic and software.*

Keywords: chaos identification, object management, uncertainty, impairment, s index, real time

Ідентифікація хаотичної поведінки об'єктів керування, що функціонують за умов апріорної та поточної невизначеності щодо їхньої структури та параметрів, є актуальним науково-прикладним завданням для нафтогазовидобувної галузі промисловості, зокрема для керування процесом буріння свердловин і розробки нафтових і газових родовищ [1,2]. Це обумовлено тим, що ці об'єкти керування відносяться до класу погано визначених об'єктів, що розвиваються в часі і мають нелінійні статичні та динамічні характеристики [3,4]. Вони не достатньо точно описуються за допомогою традиційних математичних моделей, прийнятих в теорії ідентифікації. Проблема ідентифікації ускладнюється тим, що тип нелінійності об'єкта апріорі невідомий, її характер може змінюватися з часом, об'єкт розвивається в часі, змінює свою структуру, можливе виникнення коливних режимів [1,2], а також дивних атракторів [1]. Збурення також мають стохастичний характер. У цьому випадку прийнятним математичним апаратом є теорія синергетичних моделей у вигляді систем нелінійних звичайних диференціальних рівнянь [1], а також теорія нейродинаміки, в основі якої лежать методи теорії штучних нейронних мереж, фракталів і хаосу [3]. Однією з перших моделей хаосу була модель Едварда Лоренца [1], запропонована в шістдесятих роках минулого століття для досліджень руху конвективних шарів в атмосфері у вигляді трьох нелінійних звичайних диференціальних рівнянь:

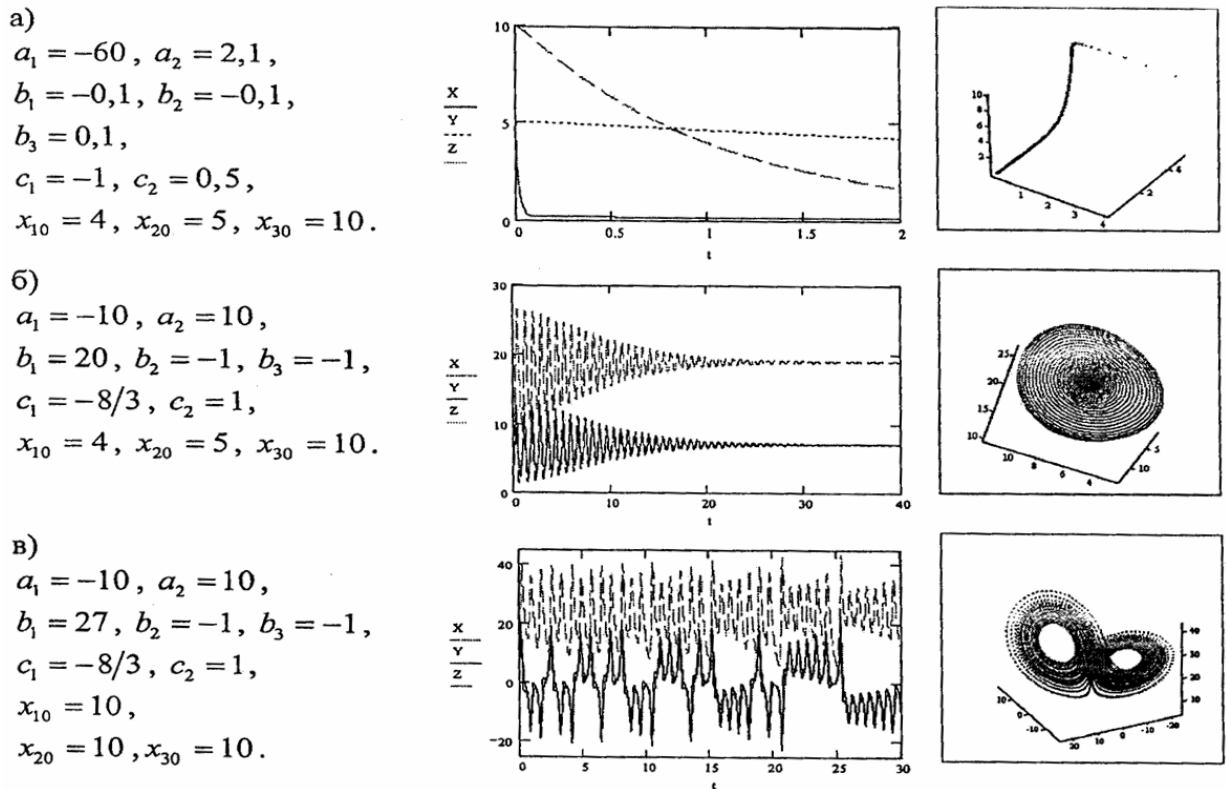
$$\left. \begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= a_1x_1 + a_2x_2, \\ \frac{dx_2}{dt} &= b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_1x_3, \\ \frac{dx_3}{dt} &= c_1x_3 + c_2x_1x_2 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

де:  $x_1, x_2, x_3$  – коефіцієнти системи;  
 $a_1, a_2, b_1, b_2, b_3, c_1, c_2$  – параметри моделі.

Ця модель стала відомою у світі у зв'язку з тим, що вона крім монотонних і коливних еволюцій [1] мала також хаотичну. Її фазовий портрет має вигляд крил «метелика», тобто сукупність хаотичних траєкторій, поведінку яких в часі передбачити неможливо, але вони знаходяться у замкненому фазовому просторі. Саме такий фазовий портрет був названий «дивним атрактором». На рис. 1 зображено різні типи рішень моделі Е.Лоренца за різних її параметрів і різних початкових умов  $x_{10}, x_{20}, x_{30}$ .

Відомі також моделі хаосу для діагностування і прогнозування порушень біоелектричної активності [5,6], результатом досліджень хаотичної поведінки в базах правил моделей Такагі-Сугено, в моделях типу Мамдані [7-10] та ін.

Хаотичну поведінку часових послідовностей вивчали Є.В.Бодяньський [3], О.Ю.Соколов [9], А.Н.Шарковський [12], Devaney (D-chaotic), T.Y.Li та I.A.York (L/Y-chaotic), M.Wagenknecht [9], P.Kempf, I.Adamy [10], P.E.Kloeden [8] та ін.



зліва еволюційне представлення змінних в часі, справа – у вигляді тривимірного ФП:  
 а – монотонний (всі траєкторії йдуть до нульової точки), б – коливний (всі траєкторії сходяться до єдиного центру), в – хаотичний (вигляд даного ФП – це і є відомий «метелик» Е.Лоренца)

Рисунок 1 – Атрактор Лоренца

Проте, оскільки теорія хаосу знаходиться на початковому етапі розвитку, наявні результати мають локальний характер. Невирішеною залишилась кількісна оцінка хаосу. У зв'язку з цим актуальною і доцільною є розробка теоретичних основ і математичного забезпечення обробки експериментальних даних в реальному часі на базі засобів обчислювального інтелекту, досліджування характеристик хаотичних і стохастичних часових послідовностей. Вирішенню цієї задачі сприяє використання показника Херста (Hurst exponent) [3], який дає змогу кількісно оцінити прояви хаотичної поведінки об'єкта.

**Метою** даної роботи є дослідження хаотичних і стохастичних часових послідовностей в реальному часі.

**Об'єктом дослідження** є технологічний процес буріння нафтових і газових свердловин, що функціонує за умов апріорної та поточної невизначеності щодо його структури та параметрів.

**Предметом дослідження** є методи ідентифікації хаосу.

**Методи дослідження:** теорія випадкових процесів, теорія нейро- і хаосдинаміки, імітаційне моделювання.

Виходячи з сучасного стану в області моделювання процесу буріння, впливає, що для оптимального керування зручно і доцільно математичну модель поглиблення свердловин шукати у вигляді диференціальних рівнянь [2]:

$$\frac{dh}{dt} = \frac{1}{\varepsilon^*(t)} k_1 F^{\alpha_1} n^{\beta_1}, \quad (2)$$

$$\frac{d\varepsilon^*}{dt} = k_2 F^{\alpha_2} n^{\beta_2},$$

де:  $h$  – проходка долота;  
 $\varepsilon^*$  – відносне зношення оснащення долота;  
 $k_1 = c_1 d^2$ ;  
 $c$  – невідома змінна, яка повинна визначитися в процесі ідентифікації;  
 $d$  – діаметр долота;  
 $F$  – осьова сила на долото;  
 $n$  – швидкість обертання долота;  
 $\alpha_1 = 1 - \gamma, \beta_1 = 2 - \delta$  – невідомі коефіцієнти, які повинні бути визначені в процесі ідентифікації моделі;  
 $\gamma, \delta$  – показники степеня в рівнянні потужності, обертання долота  $N = F \gamma n \delta$ ;

$$k_2 = \alpha_1^* d^{\beta_1^*};$$

$$\alpha_2 = (\beta_1^* - \gamma_1 \beta_1^*);$$

$$\beta_2 = (\beta_1^* - \delta_1 \beta_1^*),$$

$\alpha_1^*, \beta_1^*$  коефіцієнти моделі:

$$\frac{d\varepsilon^*}{dt} = \alpha_1^* \left( \frac{F n d}{N} \right)^{\beta_2}$$

Праві частини математичної моделі (2) є випадковими і коефіцієнти її підлягають ідентифікації в процесі буріння. Ідентифікація повинна здійснюватися при переході долота в породи з іншими властивостями, і цей момент повинен бути виявлений за допомогою математичної моделі. Тобто виникає проблема раннього виявлення змінності властивостей (розладнань) об'єкта і системи керування. Ця проблема розглядалась у роботі [14] для двох випадків: коли апріорний розподіл моменту розладнання відомий і, коли апріорний розподіл моменту розладнання невідомий. Для другого випадку розглянуті алгоритми Пейджа, Неймана-Пірсона, алгоритм кумулятивних сум та ін.

В [2] були розглянуті методи і алгоритми виявлення моменту зміни умов буріння, які базуються на використанні рекурентного  $G$ -алгоритму кумулятивних сум,  $Z$ -алгоритму і комбінованого  $GZ$ -алгоритму.

Розглянемо тепер можливості виявлення моменту зміни умов буріння, тобто моменту розладнання за допомогою обчислення показника Херста в реальному часі. Він дозволяє вирішувати проблеми раннього виявлення змінності властивостей, тобто виявлення об'єктів та систем керування і використовується для діагностування та прогнозування порушень [5].

Оскільки величини  $F, n$ , які входять до математичної моделі (2), суттєво змінюються в часі, причому випадково [12], то праві частини рівнянь є випадковими функціями часу. Для виділення постійних складових у величинах  $F, n$  введемо для розгляду величини  $F_0, n_0$  такі, що

$$\begin{aligned} n(t) &= n_0 + \xi_n(t) = n_0 \left( 1 + \frac{\xi_n(t)}{n_0} \right), \\ F(t) &= F_0 + \xi_F(t) = F_0 \left( 1 + \frac{\xi_F(t)}{F_0} \right). \end{aligned} \quad (3)$$

Величини  $F_0, n_0$  вибираємо довільно, причому не обов'язково повинні бути середні значення  $F, n$ . Важливо лише те, що ми їх визнали постійними і їх величина нам відома.

З урахуванням (3) праву частину рівнянь (2) можна привести до вигляду

$$\frac{1}{\xi_n(t)} k_1 F^{\alpha_1} n^{\beta_1} = \frac{1}{\xi_n^*(t)} k_1 F_0^{\alpha_1} n_0^{\beta_1} \times \left( 1 + \frac{\xi_F(t)}{F_0} \right)^{\alpha_1} \left( 1 + \frac{\xi_n(t)}{n_0} \right)^{\beta_1};$$

$$k_2 F^{\alpha_2} n^{\beta_2} = k_2 F_0^{\alpha_2} n_0^{\beta_2} \times \left( 1 + \frac{\xi_F(t)}{F_0} \right)^{\alpha_2} \left( 1 + \frac{\xi_n(t)}{n_0} \right)^{\beta_2}. \quad (5)$$

З аналізу (4) і (5) видно, що праві частини рівнянь математичної моделі процесу буріння є випадковими, і керувальні дії  $F$  і  $n$  змінюються в часі. Якщо, наприклад, змінами потужності на долоті знехтувати, то для того, щоб експериментальна математична модель була справедлива, необхідно при бурінні (навіть в ізотропних по-

родах) підтримувати  $F = \text{const}$  і  $n = \text{const}$ . Це свідчить про те, що виявлення розладнань процесу буріння як нелінійного динамічного об'єкта керування, що функціонує за умов невизначеності щодо своїх параметрів і структури, та при цьому демонструє як хаотичну поведінку [12], яка викликана власними характеристиками, так і стохастичну, яка викликана наявністю зовнішніх збурень, є важливим науково-практичним завданням.

Для розрахунку показника Херста  $H$  використовується величина розмаху її дисперсії. Показник Херста обчислюється за наступним алгоритмом. Для дискретної послідовності  $y(1), y(2), y(3), \dots, y(i), \dots, y(k)$  показник Херста  $H$  можна записати у формі [3,5,6]

$$\frac{R(k)}{S(k)} = (\alpha k)^H, \quad (6)$$

де:  $k$  – дискретний поточний час;

$R(k)$  – розмах послідовності накопичених відхилень  $x(i, k)$ , що обчислюється відповідно до рівнянь  $R(k) = \max_{1 \leq i \leq k} x(i, k) - \min_{1 \leq i \leq k} x(i, k)$ ;

$S(k)$  – середньоквадратичне відхилення;

$\alpha$  – невід'ємний параметр, що обирається загалом із суто емпіричних припущень.

Саме коефіцієнт  $H$  і отримав назву показника Херста.

Середньоквадратичне відхилення визначається за формулами

$$S(k) = \sqrt{D(k)}, \quad (7)$$

$$S(k) = \sqrt{\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (y(i) - \bar{y}(k))^2}, \quad (8)$$

де:  $D(k)$  – дисперсія послідовності  $y(i)$ ;

$\bar{y}(k)$  – середнє значення дискретної послідовності  $y(i)$ .

Формула для визначення середнього значення дискретної послідовності наступна

$$\bar{y}(k) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k y(i). \quad (9)$$

Поточне середнє значення дискретної послідовності визначається так:

$$\bar{y}(i) = \frac{1}{i} \sum_{j=1}^i y(j), \quad (10)$$

Визначаємо послідовність накопичених відхилень  $x(i, k)$ , що обчислюється відповідно

$$x(i, k) = \sum_{i=1}^k (y(i) - \bar{y}(i)). \quad (11)$$

Отже, показник Херста визначається за формулою

$$H = \log_{\alpha k} \left( \frac{R(k)}{S(k)} \right). \quad (12)$$

Ці всі формули використовуються для стаціонарних об'єктів.

Для нестационарних об'єктів запропоновано [3] метод обчислювання показника Херста на ковзному вікні. Послідовність розрахунку наведена нижче:

$$\frac{\bar{R}(k)}{\bar{S}(k)} = w^H, \quad (13)$$

де:  $\bar{R}(k)$ ,  $\bar{S}(k)$  - усереднені значення  $R(k)$  та  $S(k)$  на ковзному вікні

$w$  – довжина ковзного вікна.

Середньоквадратичне відхилення визначається за формулою

$$\bar{S}(k) = \sqrt{\frac{1}{w} \sum_{i=k-w+1}^k (y(i) - \bar{y}(k))^2}. \quad (14)$$

Формула для визначення середнього значення дискретної послідовності наступна

$$\bar{y}(k) = \frac{1}{w} \sum_{i=k-w+1}^k y(i). \quad (15)$$

Поточне середнє значення дискретної послідовності визначається так

$$\bar{y}(i) = \frac{1}{i} \sum_{j=1}^i y(j). \quad (16)$$

Послідовність накопичених відхилень  $x(i, k)$ , що обчислюється за формулою

$$x(i, k) = \sum_{i=k-w+1}^k (y(i) - \bar{y}(i)). \quad (17)$$

Знаходимо середні значення розмаху послідовності накопичених відхилень і середнє значення середньоквадратичних відхилень

$$R(k) = \max_{k-w+1 \leq i \leq k} x(i, k) - \min_{k-w+1 \leq i \leq k} x(i, k),$$

$$\bar{R}(k) = \frac{1}{w} \sum_{i=k-w+1}^k R(i), \quad (18)$$

$$\bar{S}(k) = \frac{1}{w} \sum_{i=k-w+1}^k S(i). \quad (19)$$

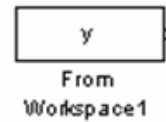
Отже, показник Херста визначається за формулою

$$H = \log_w \left( \frac{\bar{R}(k)}{\bar{S}(k)} \right). \quad (20)$$

Розроблено блок-схему алгоритму обчислення показника Херста для нестационарних об'єктів (рис. 2)

Розроблені програми, які реалізують алгоритм обчислення показника Херста для нестационарних об'єктів в середовищах Matlab, PASCAL.

Нижче наведені функціональні блоки, використані для створення пристрою для обчислення показника Херста в пакеті Simulink.

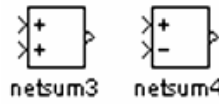


Блок, за допомогою якого здійснюється введення даних в пристрій. Дані вводяться у Command Window або в m-файл

Unit Delay1



Найбільш використовуваний функціональний блок. Він реалізує додавання (віднімання) вхідного вектора або векторів



Даний функціональний блок використовується для зворотного зв'язку, який реалізує типову затримку 1



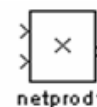
Елементи підсилення або додатковий коефіцієнт

За допомогою даних функціональних блоків реалізуємо функцію знаходження середнього значення вхідного вектора, а також різницю між середнім значенням і поточним вхідним масивом даних. Схему реалізації даного алгоритму зображено на рис. 3.

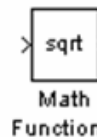
Аналізуючи функції блоків, можна дану схему описати так: на вхід пристрою подається масив даних  $y$ . Від даного блоку виходять дві стрілки, які з'єднуються з блоками netsum 1 і netsum 2.

netsum → Gain → netsum1 → unit delay → netsum – реалізує функцію знаходження середнього значення вхідного масиву. На виході netsum 2 маємо різницю між середнім значенням і поточним вхідним масивом даних. Реалізуємо знаходження дисперсії і середньоквадратичного значення послідовності.

Для реалізації даного алгоритму використаємо такі функціональні блоки.



Одно- або багатовходовий елемент множення (ділення), який здійснює поелементне множення (ділення) вхідного вектора або векторів між собою



Функціональний блок, що реалізує знаходження кореня квадратного з числа

Схему реалізації знаходження дисперсії і середньоквадратичного відхилення значення зображено на рис. 4.

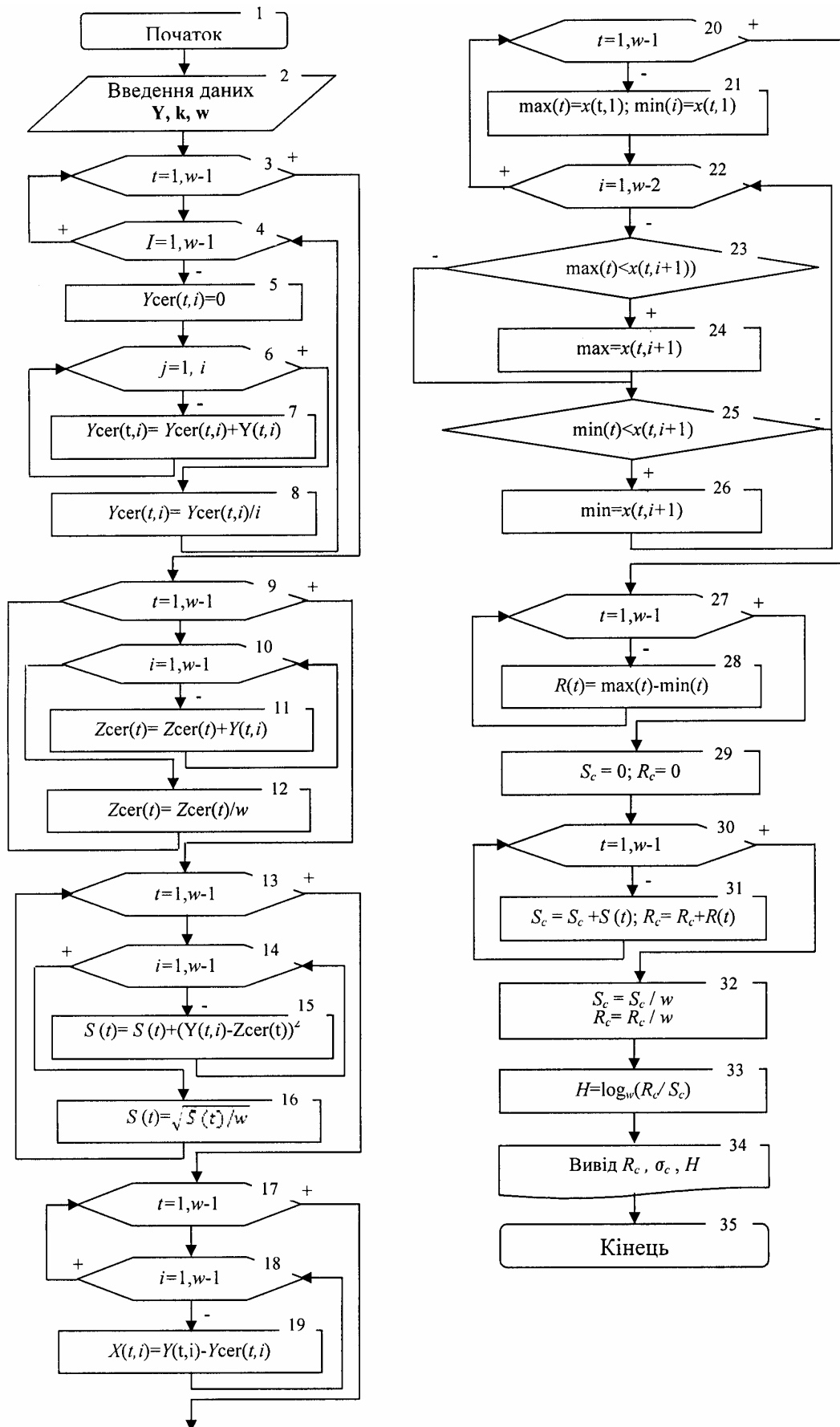


Рисунок 2 – Блок-схема алгоритму обчислення показника Херста для нестационарних об'єктів

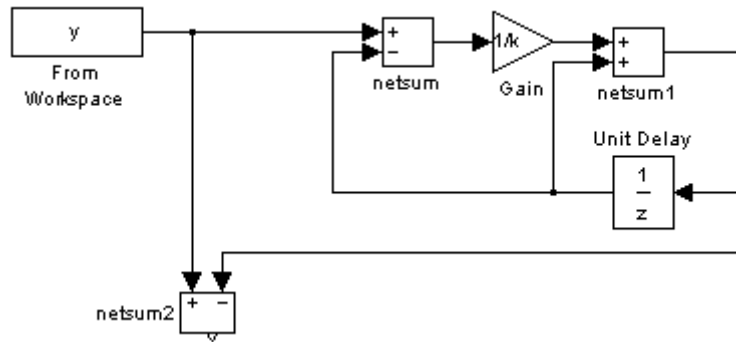


Рисунок 3 – Схема пристрою, яка реалізує  $y(k+1) - \bar{y}(k+1)$

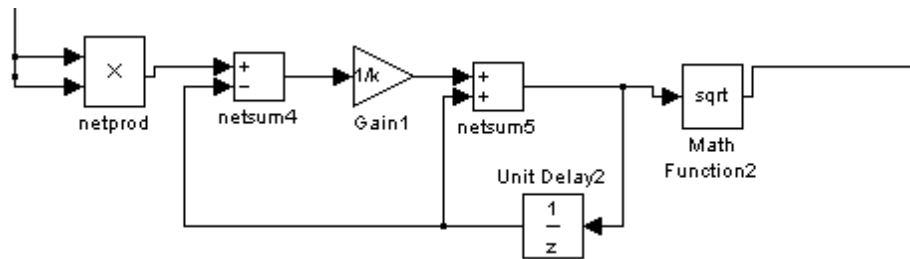
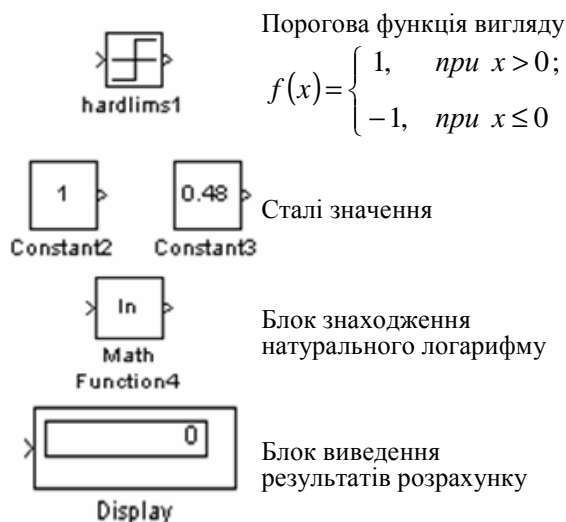


Рисунок 4 – Схема пристрою, яка реалізує знаходження D і S

Дані масиву подаються на вхід функціонального блоку Netprod, за допомогою якого масив множиться сам на себе. Далі від вихідного значення віднімається середнє значення масиву. В результаті отримуємо значення дисперсії даного масиву, яке подається на вхід функціонального блоку знаходження кореня квадратного, на виході якого маємо середньоквадратичне значення масиву даних.

Реалізуємо знаходження послідовності накопичених відхилень  $x(i, k)$ , а також розмах послідовності накопичених відхилень  $R(x)$ .

Для реалізації даного алгоритму використаємо такі функціональні блоки:



Схему частини пристрою, яка реалізує знаходження  $x(i, k)$  і  $R(x)$  зображено на рис. 5.

Верхня частина даної схеми реалізує знаходження максимального значення послідовності накопичених відхилень  $x(i, k)$ , відповідно нижня частина реалізує знаходження мінімального значення. Ці значення подаються на блок netsum10, за допомогою якого здійснюється пошук  $R(x)$ . Отже, з'єднавши дані частини схеми, отримаємо пристрій розрахунку показника Херста (рис. 6).

Як видно на рисунку 6, значення середньоквадратичного відхилення і розмаху послідовності накопичених відхилень  $R(x)$  подаються на блок netprod5, де відбувається ділення  $R(x)/S$ . Далі з отриманого значення знаходимо натуральний логарифм. Щоб знайти показник Херста, використовуючи блок netprod4, ділимо отримане значення після логарифму на значення  $\ln(k+1)-1$ . В результаті в блоці Display отримуємо значення показника Херста.

Верифікація розробленого математичного алгоритмічного і програмного забезпечення, а також перевірка роботи пристрою обчислення показника Херста проведена для п'яти параметрів: осьова сила на долото  $F(t)$ , струм електродвигуна  $I(t)$ , потужність двигуна  $N(t)$ , механічна швидкість  $v(t)$  і оцінка відносного зношення оснащення долота  $E(t)$ .

Отримано такі результати:

$$H1 = 0.64; H2 = 0.86; H3 = 0.75; \\ H4 = 0.74; H5 = 0.82.$$

Як бачимо, показник Херста для всіх п'яти сигналів є більшим 0,5, але менше за 1, а отже всім сигналам властива хаотична поведінка.

Здійснено порівняння результатів, які дали розроблені програми і пристрій обчислення показника Херста.

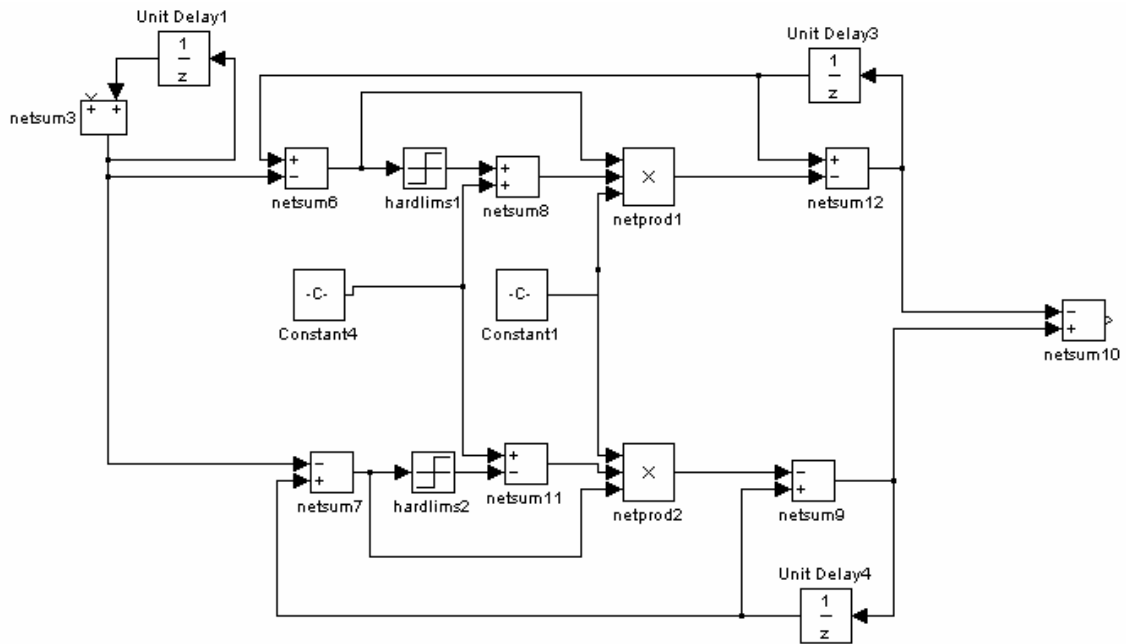


Рисунок 5 – Схема частини пристрою, яка реалізує знаходження  $x(i, k)$  і  $R(x)$

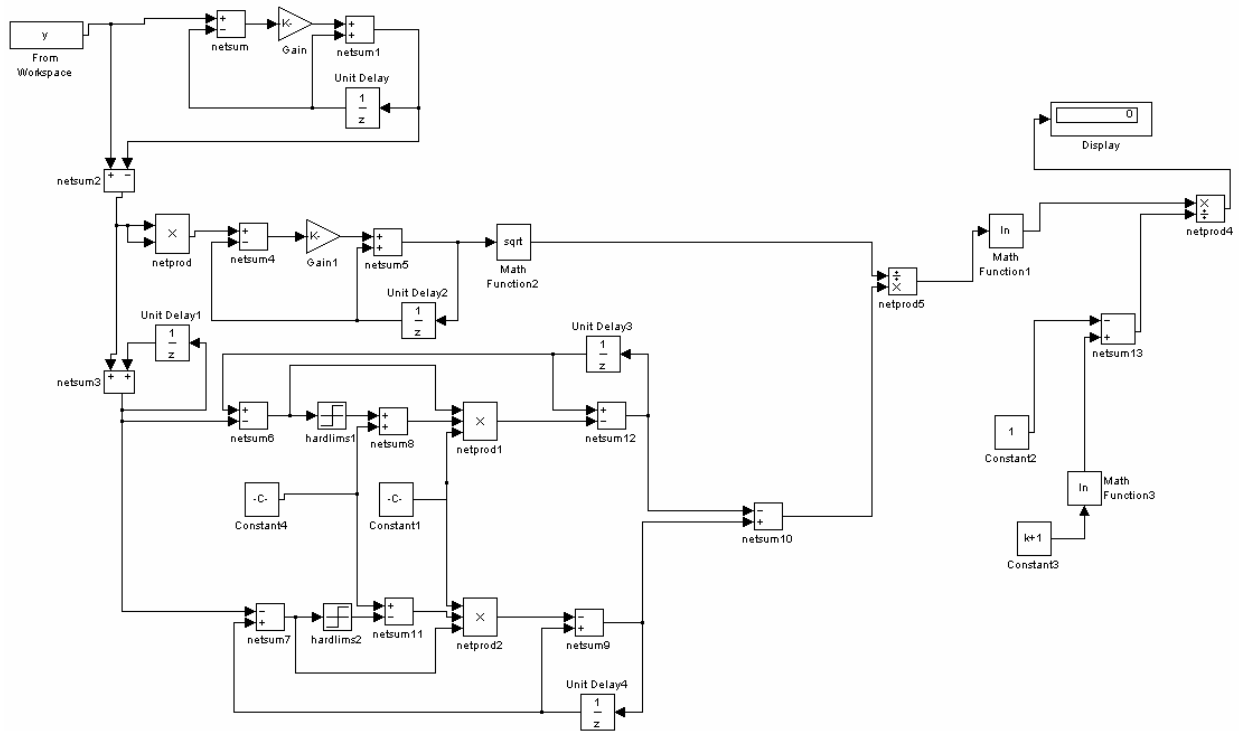


Рисунок 6 – Пристрій для обчислення показника Херста

Для аналізу було взято 3 випадкових сигнали:  $y_1, y_2, y_3$ .

Результати виконання програм дали такі результати: для  $y_1$  показник Херста рівний  $H = 0,85$ ; для  $y_2 - H = 0,80$ ; для  $y_3 - H = 0,85$ .

При введенні даних в пристрій на виході ми отримали значення дещо відмінні від значень, які дають програми. Так при введенні першого масиву даних в результаті отримуємо значення показника Херста  $H=0,92$ , для другого масиву даних –  $H=0,83$ , для третього масиву –  $H=0,87$ . Аналізуючи дані значення, бачимо, що

в першому випадку пристрій дає похибку, яка рівна 0,07, для другого масиву даних різниця між результатами експерименту, що дають програма і пристрій рівна 0,03, відповідно для третьої вибірки – 0,02.

Аналізуючи похибки, можна зробити висновок, що даний пристрій має похибку обчислень в межах від 0,02 до 0,07. Як бачимо з результатів експериментів, аналітичний метод знаходження показника Херста є точним і набагато легшим за своїм виконанням, але він ретроспективний. Проте пристрій має також як

свої мінуси так і плюси. Як зазначалося вище, головним недоліком пристрою є похибка результату, перевагою можна назвати те, що він може використовуватись в реальному часі на промисловому об'єкті для прогнозування зміни певного параметра чи технологічного процесу загалом, а також для виявлення розладнання.

### Висновки

Для дослідження стохастичних сигналів на хаотичність у вимірних каналах системи автоматичного керування розроблено алгоритм розрахунку показника Херста, програмне забезпечення і удосконалено пристрій пошуку коефіцієнта хаотичності, розроблений в пакеті програм Matlab 6.5. На основі проведених досліджень всі сигнали, що розглядалися, характеризуються повною хаотичністю. Це дає змогу з врахуванням особливостей технологічного процесу виявити момент зміни умов буріння (розладнання) за допомогою обчислення показника Херста в реальному часі.

### Література

- 1 Соколов В.А. Синергетическое моделирование разработки нефтяных меторождений нелинейными отображениями / В.А.Соколов // Нефтяное дело. – 2009. – Том 7, №1. – С.155-166.
- 2 Горбійчук М.І. Оптимізація процесу буріння глибоких свердловин / М.І.Горбійчук, Г.Н.Семенцов. Івано-Франківськ: Факел, 2003. – 493 с.
- 3 Бодянский Е.В. Динамическая реконструкция хаотических сигналов на основе нейросетевых технологий / Е.В.Бодянский, И.П.Плисс, А.П.Чапланов // Радиоэлектроника и информатика. – 2002. – №3(20). – С.62-64.
- 4 Гасанов Р.А. Разработка автоматизированной системы для прогнозирования показателей бурения на основе нейронных моделей / Р.А.Гасанов, Г.Н.Меджидов, Р.Б.Алекперов, К.М.Каримов, М.А.Меджидов // Нефтяное хозяйство. – 2001. – №10. – С.40-42.
- 5 Пліс І.П. Хаос-нейродинамічні нейронні мережі для діагностики і прогнозування порушень біоелектричної активності / І.П.Пліс, О.П.Чапланов, О.В.Шило // Труды междунар. конф. «Теория и техника передачи приема и обработки информации». – Харьков: ХНУРЭ, 2004. – С. 311-312.
- 6 Гончаренко З.В. Идентификация хаотических сигналов в реальном времени / З.В. Гончаренко // Труды междунар. конф. «Радиоэлектроника и молодежь в XXI веке». – Харьков: ХНУРЭ, 2003. – 532 с.
- 7 Li T.Y. Period three implies chaos / T.Y.Li, J.A.Yorke // Amer.Math.Mothly 82. – 1975. – P. 985-992.
- 8 Kloeden P.E. Chaotic iteration of fuzzy sets / P.E.Kloeden // Fuzzy Sets and Systems 42. – 1991. – P. 37-42.
- 9 Sokolov A. Investigation of Chaotic Behavior of Fuzzy Takagi-Sugeno Model with Regard to Simulation and Control of Technological Processes / A.Sokolov, M.Wagenknecht // Scientific Report. Univ. of Zittau/Goerlitz IPM, 2003.
- 10 R.Kempf. Regularity and chaos in recurrent fuzzy systems / R.Kempf, J.Adamy // Fuzzy Sets and Systems, vol. 140,2003. - P.259-284.
- 11 Королькова Е.Е. Анализ биологических хаотических сигналов на скользящем окне / Королькова Е.Е., Руднева Е.А., Чапланов А.П. // Тр.междунар.конф. “Радиоэлектроника и молодежь в XXI веке”. – Харьков: ХНУРЭ, 2002.– Ч.2.– С.102-103.
- 12 Семенцов Г.Н. Идентификация хаотичных последовательностей за допомогою показника Херста / Г.Н.Семенцов, О.В.Фадеева // Науковий вісник ІФНТУНГ. – 2006. – №2(14). – С.113-126.
- 13 Заруба Ю.В. Алгоритми ідентифікації хаотичних послідовностей за допомогою показника Херста / Ю.В.Заруба, О.В.Фадеева; сб. науч. тр. по материалам междунар.-практ.конф. «Современные проблемы и пути их решения в науке, транспорте, производстве и образовании 2007», 15-25 декабря 2007 года, том 5. Технические науки, физика и математика, Одесса. – 2007. – С.16-23.
- 14 Никифоров И.В. Последовательное обнаружение изменения свойств случайных величин (независимые наблюдения, скалярный параметр) / И.В.Никифоров // Измерения, контроль, автоматизация. – 1988. – №2(66). – С.21-30.

Стаття надійшла до редакційної колегії  
12.05.11  
Рекомендована до друку професором  
М. І. Горбійчуком