

ІНФОРМАЦІЙНА МОДЕЛЬ КОНТРОЛЮ ТЕХНІЧНОГО СТАНУ ДОЛІТ ТИПУ PDC ТА В-КРИТЕРІЙ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

Л.Я. Чигур

ІФНТУНГ, 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (03422) 46067,
e-mail: kafatp@ukr.net

Розглядається задача розпізнавання станів долота типу PDC на основі ймовірнісного підходу. Розпізнавання станів долота відбувається за умов апріорної статистичної невизначеності збурень. Створена інформаційна модель контролю та В-критерій прийняття рішень про заміну долота на завершальному етапі його роботи на вибої свердловини. Здійснено аналітичне дослідження розробленої моделі. Запропоновані підходи можна застосувати для контролю технічного стану доліт інших типів.

Ключові слова: автоматизований контроль, інформаційна модель, розпізнавання стану, ймовірність, Байєсівське випробування, долото типу PDC.

Рассматривается задача распознавания состояний долота типа PDC на основании вероятностного подхода. Распознавание состояний долота происходит в условиях априорной статистической неопределенности возмущений. Создана информационная модель контроля и В-критерий принятия решений о замене долота на завершающем этапе его работы на забое скважины. Проведено аналитическое исследование разработанной модели. Предложенные подходы можно использовать для контроля технического состояния долот других типов.

Ключевые слова: автоматизированный контроль, информационная модель, распознавание состояния, вероятность, Байесовское испытание, долото типа PDC

The problem of recognition of states of type PDC bits based on a probabilistic approach. Recognition of bit conditions are under a priori statistical uncertainty perturbations. Created control and information model of the V-criterion decision to replace the bit in the final phase of its work on open hole. An analytical study of the developed model. Proposed approaches can be used to control the technical condition of bits of other types.

Keywords: automatic control, information model, state recognition, probability, Bayes test, chisel-type PDC.

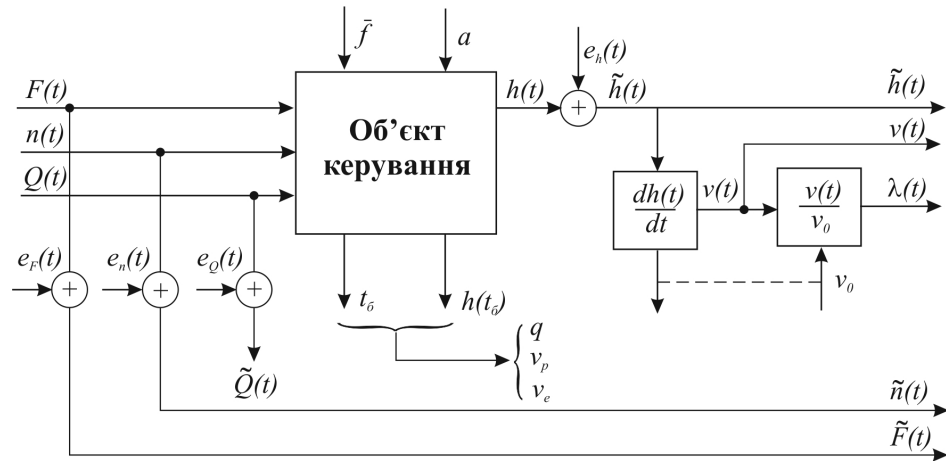
I Вступ. Аналіз методів автоматизованого контролю відпрацювання бурових доліт при бурінні нафтових і газових свердловин [1,2,3] засвідчив, що питанням контролю відпрацювання доліт приділяється значна увага багатьма фірмами США, Франції, Росії, Німеччини, Канади, України та інших країн. Проте до сьогодні це важливе науково-практичне завдання остаточно не вирішено. Це обумовлено тим, що технологічний процес поглиблення свердловин є нелінійним стохастично-хаотичним процесом, який здійснюється за умов апріорної та поточної невизначеності щодо параметрів і структури об'єкта керування і перебуває під впливом різного типу адитивних і мультиплікативних завад [1,10]. Оскільки для буріння нафтових і газових свердловин застосовуються долота типу PDC нового покоління з проходкою на одне долото до 6000 м, автоматизований контроль технічного стану цих доліт на даний час набуває важливого значення. У зв'язку з цим актуальною є розробка ефективного методу автоматизованого контролю технічного стану доліт типу PDC, а, отже, й інформаційної моделі контролю та критерію прийняття рішень на завершальному етапі відпрацювання долота.

II. Постановка завдання. Мета роботи полягає у розробленні інформаційної моделі контролю технічного стану доліт типу PDC і критерію прийняття рішень. Досягнення вказаної мети забезпечується шляхом аналізу сучасних методів і систем ідентифікації та контролю відпрацювання доліт, розроблення інформаційної моделі і критерію прийняття рішень.

III. Результати. Аналіз чинників, від яких залежить швидкість спрацювання алмазних доліт, дав змогу виявити основні чинники впливу, такі як: осьова сила на долото, швидкість обертання долота, об'ємна частка алмазів у композиційному матеріалі, кількість ріжучих алмазів на робочій поверхні долота, діаметр алмазів, контактна температура, теплофізичні характеристики долота і композитів, радіальна і кутова координати профілю, відносне значення коефіцієнта теплообміну [2,6,7,8].

Період роботи сучасних безпорних доліт нового покоління з полікристалічними вставками типу PDC поділяється на два етапи: основний і завершальний. Протягом основного періоду роботи долота здійснюється оптимальне регулювання його роботи, а на завершальному етапі основним завданням є виявлення моменту логічного завершення рейсу долота у зв'язку з критичним технічним станом його оснащення. Розпізнавання станів долота відбувається за умов апріорної статистичної невизначеності збурень.

В даній задачі розпізнавання станів об'єкта керування, тобто виявлення критичного технічного стану оснащення долота типу PDC, першим і головним елементом є джерело інформації, яке створює деяку вхідну величину для системи автоматизованого контролю. Таким джерелом є процес поглиблення свердловини, який характеризується певною механічною швидкістю проходки $v_t = \Delta h / \Delta t$, де Δh – переміщення долота за час Δt .



$F(t)$ – осьова сила на долото; $n(t)$ – швидкість обертання долота;
 $Q(t)$ – витрата бурового розчину; t_0 – час буріння; $h(t_0)$ – проходка на долото;
 q, v_p, v_e – критерії оптимізації буріння відповідно;
 собівартість метра проходки, рейсова швидкість буріння, економічна швидкість буріння;
 $\tilde{h}(t) = h(t) + e_h(t)$ – дійсне переміщення долота $h(t)$ на вибої свердловини,
 що вимірюється з певною похибкою, яку можна трактувати як адитивний шум $e_h(t)$;
 $\tilde{F}(t), \tilde{h}(t), \tilde{Q}(t)$ – дійсні осьова сила, швидкість обертання і витрати бурового розчину;
 a – апріорна інформація, яку отримано на основі досвіду спеціалістів, а також геолого-технічного
 наряду (ГТН) (параметри компоновки низу бурильної колони, діаметр бурильних труб, типороз-
 мір долота, оснащення талевої системи, конструкція свердловини, параметри бурового розчину,
 кількість насосів та ін.);
 $f(t)$ – вектор, який характеризує взаємодію з навколишнім середовищем (вектор координатних
 збурень), основна компонента якого – абразивні та фізико-механічні властивості гірських порід,
 які прогнозовані за ГТН згідно стратиграфічного розрізу свердловини, але є неконтрольованими
 й непрогнозованими збуреннями;
 $\lambda(t)$ – оцінка технічного стану оснащення долота (показник його механічної ефективності);
 $t \in T$ – неперервний час, T – тривалість інтервалу спостереження протягом рейсу долота

Рисунок 1 – Структура інформаційної моделі об'єкта керування

Структуру загальної інформаційної моделі об'єкта керування зображено на рис. 1.

Щодо стану об'єкта керування, існують технологічні обмеження

$$\begin{aligned} F &\in \{F_{\min}, F_{\max}\}, \\ n &\in \{n_{\min}, n_{\max}\}, \\ Q &= \text{const}. \end{aligned} \quad (1)$$

На початку рейсу долота

$$h(0) = 0; \lambda(0) = 1 \text{ при } t = 0,$$

а наприкінці рейсу

$$h(t) \geq 0; 0 \leq \lambda(t) \leq 1 \text{ при } t = t_0. \quad (2)$$

Порушення обмежень призводить до виникнення аварій, непродуктивних втрат енергоресурсів, швидкого зношування обладнання бурової установки, вимагає великого штату технологічного персоналу і ремонтних служб для ліквідації наслідків аварій. Ця проблема ускладнюється тим, що найбільш ефективні режими буріння є близькими до гранично допустимих, а також тим, що об'єкт керування є суттєво нестационарним, функціонує під інтенсивним впливом неконтрольованих збурень, має запізнення в каналах управління (колону бурильних труб), розвивається в часі, здійснюючи поглиб-

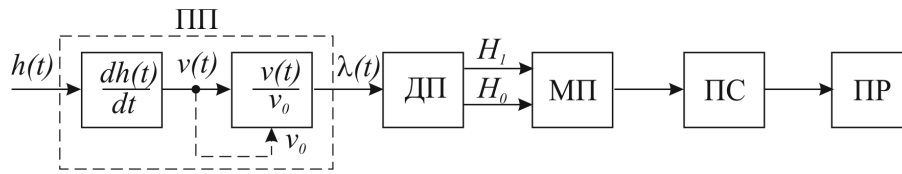
лення свердловини з певною механічною швидкістю проходки v_t .

Величина $\frac{v(t)}{v_0} = \lambda(t)$, яка є оцінкою меха-

нічної ефективності оснащення долота та входною величиною для наступного елемента системи (рис. 2) розпізнавання станів долота, обчислюється у первинному перетворювачі проходки ПП на основі інформації про переміщення $h(t)$ верхнього кінця колони бурильних труб і у випадку визначення критичного стану долота є результатом вибору із двох можливих значень $\lambda_1 = 1$ і $\lambda_0 = 0$, які називатимемо гіпотезами. Для нашого випадку існує дві можливі гіпотези. Позначимо їх H_1 і H_0 .

В задачі виявлення критичного стану бурового долота РДС гіпотеза H_1 може відповідати тому, що у долота ще відсутній знос, тоді як H_0 – тому, що долото повністю зношене. Проте нам невідомо, яка саме гіпотеза є вірною.

Другим елементом задачі розпізнавання станів долота є ймовірнісний механізм переходу, який можна розглядати як деякий пристрій, якому відома істинна гіпотеза. Базуючись на



ДП – джерело повідомлень; МП – ймовірнісний механізм переходу; ПС – простір спостережень; ПР – правило прийняття рішень

Рисунок 2 – Елементи системи розпізнавання станів долота

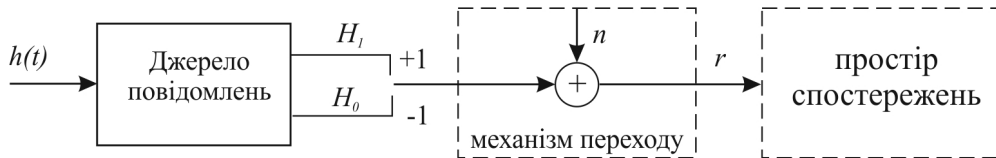


Рисунок 3 – Модель системи виявлення критичного стану долота PDC

цьому знанні, він генерує деяку точку в просторі спостережень у відповідності з деяким ймовірнісним законом.

Третім елементом є простір спостережень (рис. 3).

Коли справедлива гіпотеза H_1 , джерело повідомлень генерує значення +1. Коли вірною є гіпотеза H_0 , джерело генерує значення -1. Проте, до вихідної величини джерела повідомлень додається незалежна дискретна випадкова величина n , густина ймовірності якої зображена на рис. 4.

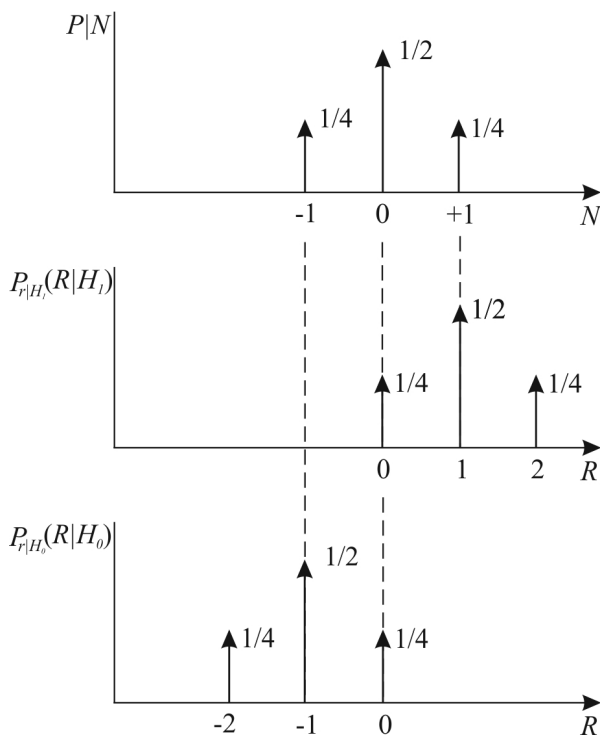


Рисунок 4 – Густина ймовірності випадкової величини n для двох станів долота

Сума вихідної величини джерела повідомлень і величини n є величиною r , яка спостерігається. Отже, згідно двох гіпотез маємо

$$H_1 : r = 1 + n ; H_0 : r = -1 + n . \quad (3)$$

Четвертим елементом задачі виявлення критичного стану долота є правило прийняття рішень. Після спостереження результату в просторі спостережень ми намагаємося встановити, яка гіпотеза була правдивою, і для цієї процедури вводимо правило прийняття рішень, згідно з яким кожна точка відноситься до однієї з гіпотез і є точкою в просторі спостережень.

Цей простір відповідає ряду N результатів спостережень: r_1, r_2, \dots, r_N . Тому кожен ряд можна представити як точку в N -мірному просторі і позначити як вектор \vec{r} .

Ймовірнісний механізм переходу генерує точки в просторі спостережень у відповідності з двома невідомими умовними густинами розподілу ймовірностей $P_{r|H_1}(R|H_1)$ та $P_{r|H_0}(R|H_0)$.

На основі цієї інформації формується мета для створення відповідного правила прийняття рішень.

Слід зауважити [9], що

$$\sum_{H_1} P_{r|H_1}(R|H_1) = \sum_{H_0} P_{r|H_0}(R|H_0) = 1, \quad (4)$$

де R – очікувана величина втрат, тобто ризик.

Для створення правила рішень скористаємось критерієм Байєса (В-критерієм)[9].

Врахуємо, що Байєсівське випробування базується на двох припущеннях:

- значення вихідної величини джерела повідомлень підпорядковується деяким розподілам ймовірностей, які для випадку двох гіпотез H_1 і H_0 позначимо відповідно через P_1 і P_0 і дамо назву – апіорні ймовірності. Вони відображають інформацію, якою володіє спостерігач до проведення експерименту;
- кожному із можливих образів дій приписується деяка ціна.

Позначимо ціни можливих результатів для гіпотез H_1 і H_0 :

вірна H_0 , обираємо H_0 – ціна C_{00} ;

вірна H_0 , обираємо H_1 – ціна C_{10} ;

вірна H_1 , обираємо H_1 – ціна C_{11} ;

вірна H_1 , обираємо H_0 – ціна C_{01} .

Відзначимо, що перша цифра індексу ціни означає обрану гіпотезу, а друга – гіпотезу, яка була вірною.

Оскільки кожен експеримент зв'язаний з певними втратами, тому правило рішення складемо так, щоб всередньому ці втрати були мінімальними.

Для цього позначимо очікувану величину втрат як ризик R [9] і отримаємо

$$R = C_{00}P_0P(H_0 | H_0) + C_{10}P_0P(H_1 | H_0) + C_{11}P_1P(H_1 | H_1) + C_{01}P_1P(H_0 | H_1). \quad (6)$$

Оскільки згідно з правилом прийняття рішень слід обирати гіпотезу або H_0 або H_1 , то його можна розглядати як правило розбиття простору Z на дві частини: Z_1 і Z_0 .

Якщо результат спостережень опиняється в просторі Z_0 , то приймається гіпотеза H_0 , а якщо в просторі Z_1 – то гіпотеза H_1 .

Тепер можна написати вираз для ризику через перехідні ймовірності і підпростори рішень

$$R = C_{00}P_0 \int_{Z_0} P_{r|H_0}(\bar{R} | H_0) d\bar{R} + C_{10}P_0 \int_{Z_1} P_{r|H_0}(\bar{R} | H_0) d\bar{R} + C_{11}P_1 \int_{Z_1} P_{r|H_1}(\bar{R} | H_1) d\bar{R} + C_{01}P_1 \int_{Z_0} P_{r|H_1}(\bar{R} | H_1) d\bar{R}. \quad (7)$$

Для N -мірного простору спостережень інтеграли (7) є N -кратними.

Будемо виходити з того, що ціна помилково прийнятого рішення вище, ніж ціна правильного рішення, тобто

$$C_{10} > C_{00}, C_{01} > C_{11}. \quad (8)$$

Щоб знайти результат Байєсівського випробування необхідно обрати простір рішень Z_0 і Z_1 так, аби величина ризику була зведена до мінімуму. Вимога обов'язкового прийняття рішення означає, що кожна точка \bar{R} простору спостережень повинна бути представлена відповідно в просторі Z_0 або Z_1 , тобто

$$Z = Z_0 \cup Z_1. \quad (9)$$

Переписавши формулу (7), з урахуванням (9), отримаємо:

$$R = C_{00}P_0 \int_{Z_0} P_{r|H_0}(\bar{R} | H_0) d\bar{R} + C_{10}P_0 \int_{Z-Z_1} P_{r|H_0}(\bar{R} | H_0) d\bar{R} + C_{01}P_1 \int_{Z_0} P_{r|H_1}(\bar{R} | H_1) d\bar{R} + C_{11}P_1 \int_{Z-Z_0} P_{r|H_1}(\bar{R} | H_1) d\bar{R}. \quad (10)$$

Враховуючи, що

$$\int_{Z-Z_1} P_{r|H_0}(\bar{R} | H_0) d\bar{R} = \int_{Z-Z_0} P_{r|H_1}(\bar{R} | H_1) d\bar{R} = 1, \quad (11)$$

формулу (10) можна переписати у такому вигляді

$$R = C_{00}P_0 \int_{Z_0} P_{r|H_0}(\bar{R} | H_0) d\bar{R} + C_{10}P_0 + C_{01}P_1 \int_{Z_0} P_{r|H_1}(\bar{R} | H_1) d\bar{R} + C_{11}P_1 \quad (12)$$

і звести до такого вигляду

$$R = C_{10}P_0 + C_{11}P_1 + \int_{Z_0} [P_1(C_{01} - C_{11})P_{r|H_1}(\bar{R} | H_1)] - [P_1(C_{10} - C_{00})P_{r|H_0}(\bar{R} | H_0)] d\bar{R}. \quad (13)$$

Перші два члена в формулі (13) відповідають фіксованій ціні, яка визначається тими точками ризику R , які відносяться до простору Z_0 . Згідно з припущенням (8) різниці, які містяться в круглих дужках $(C_{01} - C_{11})$ і $(C_{10} - C_{00})$ є додатними. Тому усі значення R (якщо другий член більший першого) слід віднести до простору Z_0 , оскільки вони вносять в інтеграл від'ємну величину.

Аналогічно, всі значення R (якщо другий член менший першого) слід віднести до простору Z_1 , (виключити із простору Z_0), оскільки ними вноситься в інтеграл додатна величина.

Зазначимо, що значення ризику R , які відповідають рівності двох членів, на ціну не впливають, і тому їх можна розподілити довільно.

Припустимо, що ці точки відносяться до гіпотези H_1 , і не враховуватимемо їх в подальших міркуваннях. Тоді області рішень визначаються [9] таким правилом:

$$\text{якщо} \quad P_1(C_{01} - C_{11})P_{r|H_1}(\bar{R} | H_1) \geq P_0(C_{01} - C_{00})P_{r|H_0}(\bar{R} | H_0), \quad (14)$$

тоді ризик R слід віднести до простору Z_1 .

Отже, стверджуємо, що істинною є гіпотеза H_1 . В протилежному випадку ризик \bar{R} приписується до простору Z_0 і стверджуємо, що істинною є гіпотеза H_0 .

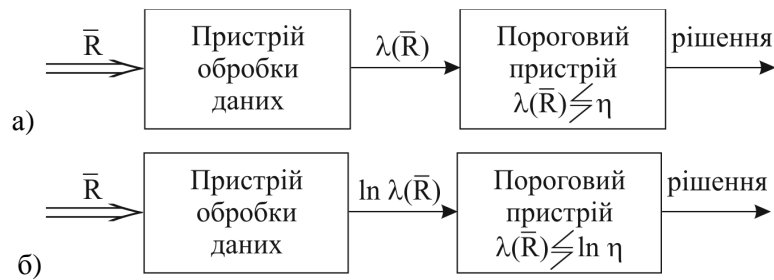
Тепер перепишемо формулу (14) у такому вигляді:

$$\frac{P_{r|H_1}(\bar{R} | H_1)}{P_{r|H_0}(\bar{R} | H_0)} \Big|_{H_0}^{H_1} \leq \frac{P_0(C_{10} - C_{00})}{P_1(C_{01} - C_{11})}. \quad (15)$$

Ліва половина нерівності (15) є відношенням правдоподібності, яке позначають через $\Lambda(\bar{R})$ [9]:

$$\Lambda(\bar{R}) = \frac{P_{r|H_1}(\bar{R} | H_1)}{P_{r|H_0}(\bar{R} | H_0)}. \quad (16)$$

Оскільки $\Lambda(\bar{R})$ є відношенням двох функцій випадкової величини, то й $\Lambda(\bar{R})$ є випадко-



а) – реалізує критерій (18); б) – реалізує критерій (19)

Рисунок 5 – Варіанти побудови пристроїв обробки інформації про технічний стан долота

вою величиною, яка не залежно від розмірності \bar{R} є одномірною.

Права половина рівняння (15) є порогом випробування і позначається через η :

$$\eta = \frac{P_0(C_{10} - C_{00})}{P_1(C_{01} - C_{11})}. \quad (17)$$

Отже, згідно з В-критерієм

$$\Lambda(\bar{R}) \underset{H_0}{\overset{H_1}{\leq}} \eta; \quad (18)$$

що є також критерієм відношення правдоподібності [9].

Із (18) бачимо, що вся процедура обробки даних зводиться до обчислення $\Lambda(\bar{R})$, і розподіл апіорних ймовірностей або ціни не впливають на результат. Ця інваріантність процедури обробки інформації має велике практичне значення, оскільки, часто ціни й апіорні ймовірності формуються на базі інтуїції кваліфікованими спеціалістами.

Умова (18) дозволяє побудувати структуру всього пристрою обробки даних, розглядаючи η як змінний поріг, який враховує зміни в наших оцінках апіорних ймовірностей і цін.

Оскільки натуральний логарифм є монотонною функцією, а обидві частини нерівності (18) є додатними величинами, то еквівалентною формою запису критерію відношення правдоподібності буде точка

$$\ln \Lambda(\bar{R}) \underset{H_0}{\overset{H_1}{\leq}} \ln \eta. \quad (19)$$

Два варіанти пристрою обробки інформації, що реалізують процедури перевірки відношення правдоподібності, наведені на рис. 5.

Дані, що спостерігаються і входять до критеріїв (18), (19), повинні задовольняти умові достатньої статистики, яку позначимо через $l(\bar{R})$.

Достатня статистика є лише функцією прийнятої інформації, так що $\Lambda(\bar{R})$ можна записати як функцію l і під час винесення рішення знання величини достатньої статистики $l(\bar{R})$ так само є вичерпним як і знання величини R .

Отже, для В-критерію оптимальна процедура випробувань містить обробку результатів спостереження R з метою пошуку відношення правдоподібності $\Lambda(\bar{R})$ і в порівнянні його з

порогом для того, щоб прийняти рішення. Таким чином, незалежно від кількості вимірювань простору спостереження, простір рішень є одномірним.

Розглянемо це на прикладі задачі виявлення зміни оцінки $\lambda(t)$ технічного стану оснащення долота типу PDC.

Постановка задачі. Згідно з гіпотезою H_1 вихідною величиною пристрою контролю параметра λ як джерела повідомлення є постійна напруга m , а згідно гіпотези H_0 – напруга, яка дорівнює нулю.

Спостереження вихідної напруги пристрою контролю відбувається на тлі адитивного шуму. Відліки результуючої вихідної напруги здійснюємо щосекунди і отримуємо N відліків. Кожний відлік шуму є гауссівською випадковою величиною n з нульовим середнім і дисперсією σ^2 [10]. Відліки шуму в різні моменти часу є незалежними випадковими величинами і не залежать від вихідної напруги. Треба знайти критерій відношення правдоподібності.

Розв'язок. Із графіків і функціональних структур, що наведені на рис. 6, видно, що результатами спостережень згідно гіпотез H_1 і H_0 є:

$$H_1: r_i = m + n_i, \quad i = 1, \bar{N}, \quad (20)$$

$$H_0: r_i = n_i, \quad i = 1, \bar{N}$$

і закон розподілу похибок – нормальний

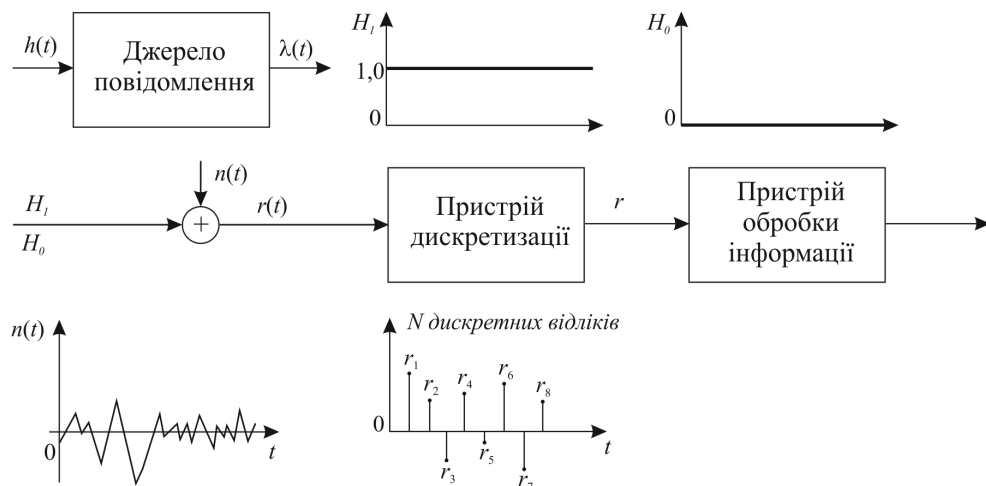
$$P_{n_i}(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2n}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right), \quad (21)$$

оскільки відліки шуму є гауссівськими [4, 5].

Визначимо густину ймовірності r_i за кожною з гіпотез:

$$\begin{aligned} P_{r_i|H_1}(R_i | H_1) &= P_{n_i}(R_i - m) = \\ &= \frac{1}{\sigma\sqrt{2n}} \exp\left(-\frac{(R_i - m)^2}{2\sigma^2}\right); \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} P_{r_i|H_0}(R_i | H_0) &= P_{n_i}(R_i) = \\ &= \frac{1}{\sigma\sqrt{2n}} \exp\left(-\frac{R_i^2}{2\sigma^2}\right). \end{aligned} \quad (23)$$



x – випадкова похибка вимірювання, σ^2 – дисперсія похибки.
Рисунок 6 – Пояснення результатів спостережень згідно з гіпотезами H_1 і H_0

Тоді відношення правдоподібності запишемо згідно з раніше наведеним визначенням у такому вигляді:

$$\Lambda(\bar{R}) = \frac{P_{r|H_1}(\bar{R} | H_1)}{P_{r|H_0}(\bar{R} | H_0)}. \quad (24)$$

Підставляючи значення ймовірності із формул (22) і (23), отримуємо:

$$\Lambda(\bar{R}) = \frac{\prod_{i=1}^N \frac{1}{\sigma\sqrt{2n}} \exp\left(-\frac{(R_i - m)^2}{2\sigma^2}\right)}{\prod_{i=1}^N \frac{1}{\sigma\sqrt{2n}} \exp\left(-\frac{R_i^2}{2\sigma^2}\right)}. \quad (25)$$

Після перетворення цього виразу і взяття логарифму отримуємо

$$\ln \Lambda(\bar{R}) = \frac{m}{\sigma^2} \sum_{i=1}^N R_i - \frac{Nm^2}{2\sigma^2}. \quad (26)$$

Отже, критерій відношення правдоподібності запишеться у вигляді

$$\frac{m}{\sigma^2} \sum_{i=1}^N R_i - \frac{Nm^2}{2\sigma^2} \underset{H_0}{\lesssim} \ln \eta, \quad (27)$$

або в еквівалентній формі

$$\sum_{i=1}^N R_i \underset{H_0}{\lesssim} \frac{\sigma^2}{m} \ln \eta + \frac{Nm}{2}. \quad (28)$$

Отже, бачимо, що пристрій обробки інформації повинен підсумовувати результати спостережень і порівнювати їх з порогом η .

IV. Висновок. На основі ймовірнісного підходу розглянуто задачу розпізнавання станів долота типу PDC. Запропоновано інформаційну модель контролю – В-критерій прийняття рішень про зміну долота на завершальному етапі його роботи на вибої свердловини.

Література

- 1 Горбійчук М.І. Оптимальне відпрацювання шарошкових доліт за станом озброєння в неоднорідних породах / М.І. Горбійчук, Т.В. Гуменок // Розвідка і розробка нафтових і газових родовищ. – 2006. – №4(21). – С. 20-23.
- 2 Бондаренко Н.А. Исследование износа алмазных буровых долот / Н.А. Бондаренко, А.Н. Жуковский, В.А. Мечник // Розвідка і розробка нафтових і газових родовищ. – 2006. – №4(21). – С. 16-19.
- 3 Хрущев М.М. Абразивное изнашивание / М.М. Хрущев, М.А. Бабичев – М.: Наука, 1970. – 252 с.
- 4 Галин Л.А. Контактные задачи теории упругости и вязкоупругости / Л.А. Галин – М.: Наука, 1980. – 304 с.
- 5 Проников А.С. Надежность машин. - М.: Машиностроение, 1978. – 592 с.
- 6 Барон Л.И. Износ инструмента при резании горных пород / Л.И. Барон, Л.Б. Глатман. – М.: Недра – 1969. – 168 с.
- 7 Бондаренко М.О. Визначення теплових потоків при руйнуванні породи алмазними буровими вставками / М.О. Бондаренко, В.А. Мечник // Науковий вісник ІФНТУНГ. – 2006. – № 1(13). – С. 47-49.
- 8 Температурное поле, термоупругое состояние и износ алмазного круга при резании охлаждением. Ч.1. Александров В.А., Жуковский А.Н., Мечник В.А. // Трение и износ. – 1991. – Т. 12. – № 2. – С. 210–218.
- 9 Корн Г. Справочник по математике (для научных работников и инженеров) / Г.Корн, Т.Корн. – М.: Наука. – 1978. – 831 с.
- 10 Горбійчук М.І. Оптимізація процесу буріння глибоких свердловин: навчальний посібник / М.І. Горбійчук, Г.Н. Семенцов. – Івано-Франківськ: Факел, 2003. – 493 с.

Стаття надійшла до редакційної колегії
 10.05.11

Рекомендована до друку професором
 Г. Н. Семенцовим